

41

Sommaire page 40

Tâtonnement avec
le tableur

Savoirs-faire en fin
de troisième

TIC et mathématiques
au lycée

Vérité

Numéro 41

ISSN 1260-6324

Novembre 2003

Mathématiques et anglais

Pratiques MATH

PRATIQUES Math

Bulletin des groupes de recherche Math-
collège, Math-lycée et Primaire du CEPEC

14 voie Romaine • 69290 CRAPONNE

Tél : 04 78 44 61 61 • Fax : 04 78 44 63 42

e-mail : publications@cepec.org

Site Internet : <http://www.cepec.org>

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION

CHARLES DELORME

RESPONSABLES DU COMITE DE REDACTION

ALFRED BARTOLUCCI

PHILIPPE MOUNIER

XAVIER DE BEAUCHENE

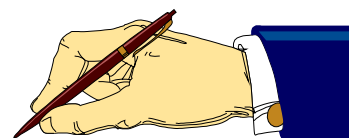
ABONNEMENTS-IMPRESSION

SANDRINE MARCHANDIAU

MAQUETTE

ROBERT DELAVEAU

ISSN 1260-6324

EDITORIAL**QU'APPRENDRE EN
MATHÉMATIQUES EN
COLLEGE ?**

Alfred BARTOLUCCI

Voici le numéro 41 de PRATIQUES Maths. On y trouve une proposition d'un collègue concernant l'annonce de ce qu'un élève de fin de collège pourrait savoir-faire. Principe de réalité, la proposition correspond bien à ce qu'il est convenu d'attendre et ce qui est attendu par beaucoup d'entre nous. Mais un tel inventaire, au moment où s'engage un débat national sur l'avenir de l'école n'est pas sans interpellier la pertinence de nos exigences et celles des programmes officiels. Est-ce bien ce à quoi devrait être formé un jeune en fin de sa scolarité obligatoire ?

Et si la formation en mathématiques était centrée sur la formation de l'élève personne et citoyen qui tout en assurant la maîtrise de savoirs, de démarches, de savoir-faire garantirait aussi des compétences transversales telles que :

- Exprimer
 - le caractère évolutif des connaissances mathématiques,
 - le lien entre les sciences et techniques et le contexte socioculturel,
 - en quoi des conceptions anciennes permettent de retrouver certaines représentations intuitives fausses que l'on peut avoir aujourd'hui.
- Décrire des étapes de l'histoire des sciences mathématiques et y situer l'Homme et ses sociétés.
- Lire un document scientifique contenant des données en liaison avec le programme de mathématiques et en extraire des informations pertinentes.
- S'informer à partir de documents écrits ou audiovisuels.
- Prendre des informations en écoutant une conférence, un exposé, notamment prendre en compte la parole d'autrui, restituer une expérience.
- Rédiger un compte rendu d'activité, une trace écrite d'une recherche intégrant des exigences de niveau de langue.
- S'impliquer dans une discussion de groupe classe.
- Coopérer dans un groupe pour construire des savoirs, pour s'entraider.
- Une recherche ayant été réalisée dans le cadre d'un travail de groupe, imaginer ou reprendre une

argumentation logique permettant de parvenir à une conclusion.

- Un problème mathématique étant formulé, expliquer en quoi un protocole de traitement proposé permet de répondre ou non à la question.
- Mener des activités de manipulations expérimentales en opérant au sein d'un groupe restreint, en tirer des observations distancées et formuler des conjectures évitant des interprétations abusives.
- Réaliser, à partir de l'analyse du réel, des modélisations autorisant un traitement mathématique à partir de conjectures.
- Réaliser un dessin, un schéma, opérer des mises en formules d'une situation et conduire un raisonnement fondé sur les savoirs mathématiques.
- Traiter des données, établir un tableau, tracer et exploiter un graphique adapté, commenter, interpréter en lien avec une situation, critiquer certains traitements et interprétations de données.
- Rédiger, critiquer un questionnaire d'enquête, réaliser une enquête et en faire le compte rendu.

Une telle orientation de la formation mathématique en collège nécessiterait de revoir les exigences de contenus. Ici il n'est pas question de « savoirs minimum » mais bien de savoirs propédeutiques à la diversité des formations s'ouvrant après le collège. L'ouverture de la formation aux compétences transversales qui seraient, de fait, objets de l'évaluation en mathématiques ne garantirait-elle pas mieux une formation de qualité pour tous les jeunes de collège ? Actuellement, les programmes sont conçus pour préparer les élèves « au Lycée ». De ce fait, un tri se fait entre ceux qui peuvent satisfaire à une gymnastique formelle, qui certes montre qu'ils savent y répondre, et ceux pour lesquels les mathématiques telles qu'elles sont enseignées fonctionnent comme une parole obturante. Mais l'importance des mathématiques dans la formation d'une personne peut-elle s'exprimer si on se satisfait pour elle d'un rôle de sélection ?

OUTILS POUR LA CLASSE

SAVOIRS-FAIRE DE FIN DE TROISIEME

Nous présentons ici la première partie¹ d'une série d'activités corrigées couvrant l'ensemble du programme de troisième qu'un collègue a réalisées pour donner aux élèves, en début d'année, une vue d'ensemble sur « ce qu'on peut savoir faire en fin de troisième ».

1. Développer réduire et ordonner des expressions. Factoriser des expressions.

1°) On considère l'expression: $B = (3x - 5)^2 - 25$. a- Développer B. b- Factoriser B.	2°) Soit $D = 9x^2 - 4$ et $E = (3x + 2)^2 + 9x^2 - 4$. a) Développer E. b) Factoriser D et factoriser E.
3°) Soit : $P = (x + 12)(2x + 3) - (2x - 3)(2x + 3)$ a. Développer et réduire P b. Factoriser P	4°) Soit : $R = 4x^2 - 4x + 1 - (2x - 1)(x - 3)$ a. Développer et réduire R b. Factoriser R

●1°) $B = (3x - 5)^2 - 25$.

a. $B = (9x^2 - 30x + 25) - 25$
 $B = 9x^2 - 30x$

b. B est de la forme $A^2 - B^2$ on peut écrire sous la forme $(A - B)(A + B)$ d'où
 $B = [(3x - 5) - 5][(3x - 5) + 5]$
 $B = [3x - 10][3x]$

●3°) $P = (x + 12)(2x + 3) - (2x - 3)(2x + 3)$

a. $(2x - 3)(2x + 3)$ est de la forme $(A - B)(A + B)$
d'où $P = 2x^2 + 3x + 24x + 36 - [4x^2 - 9]$ et
 $P = 2x^2 + 3x + 24x + 36 - 4x^2 + 9$
 $P = -2x^2 + 27x + 45$

b. $(2x + 3)$ est un facteur commun

$P = (2x + 3)[(x + 12) - (2x - 3)]$
 $P = (2x + 3)[x + 12 - 2x + 3]$
 $P = (2x + 3)(-x + 15)$

●2°) $E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 4$.

a. $E = (9x^2 + 12x + 4) + 9x^2 - 4$.
 $E = 18x^2 + 12x$

$D = 9x^2 - 4$ est de la forme $A^2 - B^2$ avec $A = 3x$ et $B = 2$ d'où $D = (3x - 2)(3x + 2)$

b. Dans E on remplace $9x^2 - 4$ par sa forme factorisée d'où : $E = (3x + 2)^2 + (3x - 2)(3x + 2)$
d'où $(3x + 2)$ est un facteur commun
 $E = (3x + 2)[(3x + 2) + (3x - 2)]$
 $E = (3x + 2)[6x]$ par suite $E = 6x(3x + 2)$

●4°) $R = 4x^2 - 4x + 1 - (2x - 1)(x - 3)$

a. : $R = 4x^2 - 4x + 1 - [2x^2 - 6x - x + 3]$
 $R = 4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 + 6x + x - 3$
 $R = 2x^2 + 3x - 2$

b. $R = 4x^2 - 4x + 1 - (2x - 1)(x - 3)$

On reconnaît en $4x^2 - 4x + 1$ la forme développée de $(A - B)^2$ d'où on peut écrire
 $R = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$
le facteur $(2x - 1)$ est commun
 $R = (2x - 1)[(2x - 1) - (x - 3)]$
 $R = (2x - 1)(2x - 1 - x + 3) = (2x - 1)(x + 2)$

¹ La deuxième partie sera publiée dans le numéro 42 de Pratiques-Maths.

2. Calculer avec des fractions, des racines carrées, des écritures scientifiques

Soit les nombres A ; B et C suivants :

$$A = \sqrt{363} + 3\sqrt{27} + \sqrt{12} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{3} - \sqrt{\frac{24}{6}} \quad D = 2\sqrt{25} - \sqrt{50} \quad B = \sqrt{2^6 + 3^2 - 7^2 + 8^0}$$

$$C = (\sqrt{80} - \sqrt{605} + 3\sqrt{245})(\sqrt{20} - 1) \quad E = 7\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$$

Ecrire A ; B, C, D et E sous la forme $a + b\sqrt{n}$ où a et b sont des entiers relatifs et n est un entier naturel le plus petit possible.

$$\bullet A = \sqrt{363} + 3\sqrt{27} + \sqrt{12} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{3} - \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{121}\sqrt{3} + 3\sqrt{9}\sqrt{3} + \sqrt{36} - 6\sqrt{3} - \sqrt{4}$$

$$A = 11\sqrt{3} + 3 \times 3 \times \sqrt{3} + 6 - 6\sqrt{3} - 2 = 6 - 2 + 11\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 4 + 14\sqrt{3} \quad \boxed{A = 4 + 14\sqrt{3}}$$

$$\bullet B = \sqrt{2^6 + 3^2 - 7^2 + 8^0} = \sqrt{64 + 9 - 49 + 1} = \sqrt{25} \quad \boxed{B = 5}$$

$$\bullet C = (\sqrt{80} - \sqrt{605} + 3\sqrt{245})(\sqrt{20} - 1) = (\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{121 \times 5} + 3\sqrt{49 \times 5})(\sqrt{4 \times 5} - 1)$$

$$C = (4\sqrt{5} - 11\sqrt{5} + 3 \times 7 \times \sqrt{5})(2\sqrt{5} - 1) = (-7\sqrt{5} + 21\sqrt{5})(2\sqrt{5} - 1) = 14\sqrt{5} \times (2\sqrt{5} - 1)$$

$$C = 14\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} - 14\sqrt{5} = 28 \times 5 - 14\sqrt{5} \quad \boxed{C = 140 - 14\sqrt{5}}$$

$$\bullet D = 2\sqrt{25} - \sqrt{50} = 2 \times 5 - \sqrt{25 \times 2} \quad \boxed{D = 10 - 5\sqrt{2}}$$

$$\bullet E = 7\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48} = 7\sqrt{25 \times 3} - 5\sqrt{9 \times 3} + 4\sqrt{16 \times 3} = 7 \times 5\sqrt{3} - 5 \times 3\sqrt{3} + 4 \times 4\sqrt{3}$$

$$E = 35\sqrt{3} - 15\sqrt{3} + 16\sqrt{3} \quad \boxed{E = 36\sqrt{3}}$$

Calculer $A = \left(3 - \frac{1}{9}\right)\left(\frac{3}{5} + 4\right)$ $B = \frac{3}{4} : \frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ $C = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ $D = \frac{3}{5} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$

$$E = \frac{6 \times 10^{-4} \times 11,5 \times 10^3}{2,3 \times 0,05} \quad F = \frac{5^2 \times 10^{-5}}{2^3 \times 10^2}$$

Pour E et F on donnera l'écriture scientifique

G = $3x^2 + 2x - 1$ et H = $-3x - 2$ Calculer les valeurs exactes de G puis H pour $x = -2$; $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$\bullet A = \left(3 - \frac{1}{9}\right)\left(\frac{3}{5} + 4\right) = \left(\frac{27}{9} - \frac{1}{9}\right)\left(\frac{3}{5} + \frac{20}{5}\right) = \frac{26}{9} \times \frac{23}{5} \quad \boxed{A = \frac{598}{45}}$$

$$\bullet B = \frac{3}{4} : \frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} - \frac{3}{10}$$

$$B = \frac{18}{20} - \frac{3}{10} = \frac{9}{10} - \frac{3}{10} = \frac{6}{10} \quad \boxed{B = \frac{3}{5}}$$

● $C = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10}$ Ici on peut prendre $6 \times 4 \times 10$ soit 240 comme dénominateur commun mais on peut remarquer aussi que 60 est un multiple de 4, de 6 et de 10 (c'est leur pgcd). D'où

$$C = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10} = \frac{3 \times 15}{4 \times 15} + \frac{5 \times 10}{6 \times 10} - \frac{3 \times 6}{10 \times 6} = \frac{45}{60} + \frac{50}{60} - \frac{18}{60} \quad \boxed{C = \frac{77}{60}}$$

$$\bullet D = \frac{3}{5} + \frac{5}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{5} + \frac{15}{60} = \frac{36}{60} + \frac{15}{60} = \frac{51}{60} \quad \boxed{D = \frac{17}{20}}$$

$$\bullet E = \frac{6 \times 10^{-4} \times 11,5 \times 10^3}{2,3 \times 0,04} = \frac{0,0006 \times 11500}{0,092} = \frac{6,9}{0,092} = 75 \quad \boxed{E = 7,5 \times 10^1} \text{ ou autrement}$$

$$E = \frac{6 \times 10^{-4} \times 11,5 \times 10^3}{2,3 \times 0,04} = \frac{6 \times 110^{-4} \times 1,15 \times 10^4}{2,3 \times 4 \times 10^{-2}} = \frac{6,9 \times 10^0}{9,2 \times 10^{-2}} = 0,75 \times 10^2 = 0,75 \times 10^2$$

$$\boxed{E = 7,5 \times 10^1}$$

$$\bullet F = \frac{5^2 \times 10^{-5}}{2^3 \times 10^2} = \frac{25}{8} \times 10^{-5} \times 10^{-2} \quad \boxed{F = 3,125 \times 10^{-7}}$$

3. Résoudre des équations et des inéquations de troisième

1°) Résoudre $5x - 2 = 0$

$$5x - 2 - 3(2x - 4) = 7 - 2x$$

$$\frac{x-3}{3} = \frac{2x}{7} + 1$$

$$x^2 = \frac{16}{25}$$

$$\frac{(x-3)^2}{3} = 27$$

$$(2x+1)(3x+5) = 0 \quad (2x+1) - (3x+5) = 0 \quad 3x + \sqrt{2} = 1 \quad (x-3)(x-1) = 3$$

2°) Un jeans et une chemisette coûtent ensemble 62,50 €. Le jeans coûte 26,50 € de plus que la chemisette. Quel est le prix du pantalon et quel est le prix de la chemisette ?

3°) Résoudre les inéquations $-5x + 2 < x - 2,5$ et $\frac{-3x+2}{2} < x + 4$. Représenter graphiquement les solutions de chaque équation.

$$1^\circ) \bullet 5x - 2 = 0 \quad 5x = 2 \quad x = \frac{2}{5} \quad \boxed{\text{L'équation } 5x - 2 = 0 \text{ a une solution } x = \frac{2}{5}}$$

$$\bullet 5x - 2 - 3(2x - 4) = 7 - 2x \quad 5x - 2 - 6x + 8 = 7 - 2x \quad 6 - x = 7 - 2x \quad -x + 2x = 7 - 6$$

d'où $x = 1$ $\boxed{\text{L'équation } 5x - 2 - 3(2x - 4) = 7 - 2x \text{ a une solution } x = 1}$

$$\bullet \frac{x-3}{3} = \frac{2x}{7} + 1 \text{ Avant de résoudre il convient d'écrire chaque terme de chaque membre au même dénominateur } \frac{7(x-3)}{21} = \frac{3 \times 2x}{21} + \frac{21}{21} \text{ Comme les dénominateurs sont égaux cela revient à résoudre l'équation } 7(x-3) = 3 \times 2x + 21 \quad 7x - 21 = 6x + 21 \text{ d'où } x = 42.$$

$$\boxed{\text{L'équation } \frac{x-3}{3} = \frac{2x}{7} + 1 \text{ a une solution } x = 42}$$

● $x^2 = \frac{16}{25}$ Le carré de x est $\frac{16}{25}$; il y a deux nombres solutions $x = \sqrt{\frac{16}{25}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{16}{25}}$

L'équation $x^2 = \frac{16}{25}$ a deux solutions $x = \frac{4}{5}$ ou $x = -\frac{4}{5}$

● $\frac{(x-3)^2}{3} = 27$ cela revient à résoudre $(x-3)^2 = 81$. Il y a deux nombres dont le carré est 81 ; ce sont 9 et (-9). Ce qui signifie que $x-3 = 9$ ou $x-3 = -9$ d'où $x = 12$ ou $x = 6$

L'équation $\frac{(x-3)^2}{3} = 27$ a deux solutions $x = 12$ ou $x = 6$

● $(2x+1)(3x+5) = 0$ C'est une équation produit . Cela revient à résoudre $2x+1=0$ ou $3x+5=0$
par suite $2x = -1$ ou $3x = -5$ ce qui donne $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{5}{3}$

L'équation $(2x+1)(3x+5) = 0$ a deux solutions $x = -\frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{5}{3}$

● $(2x+1) - (3x+5) = 0$ On réduit l'écriture du premier membre $2x+1-3x-5 = 0$ $-x-4 = 0$
 $-x = 4$ et $x = -4$ L'équation $(2x+1) - (3x+5) = 0$ a une solution $x = -4$

● $3x + \sqrt{2} = 1$ $3x = 1 - \sqrt{2}$ $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3}$ L'équation $3x + \sqrt{2} = 1$ a une solution $x = \frac{1 - \sqrt{2}}{3}$

● $(x-3)(x-1) = 3$ Attention, ici ce n'est pas une équation produit de la forme $A \times B = 0$. On cherche à développer le premier membre $x^2 - x - 3x + 3 = 3$; on réduit $x^2 - 4x + 3 = 3$ Cela donne $x^2 - 4x = 0$

On peut mettre x en facteur $x(x-4) = 0$. Maintenant c'est une équation produit. Cela revient à résoudre

$x = 0$ ou $x - 4 = 0$. Les solutions de l'équation $(x-3)(x-1) = 3$ sont $x = 0$ ou $x = 4$

2°) ● Un jeans et une chemisette coûtent ensemble 62,50 €. Le jeans coûte 26,50 € de plus que la chemisette. Quel est le prix du jeans et quel est le prix de la chemisette ?

Si on désigne par x le prix du jeans, alors la chemisette coûte $x - 26,50$. De plus nous savons le jeans et la chemisette coûtent ensemble 62,50 € d'où : $x + (x - 26,50) = 62,50$

soit $x + x - 26,50 = 62,50$

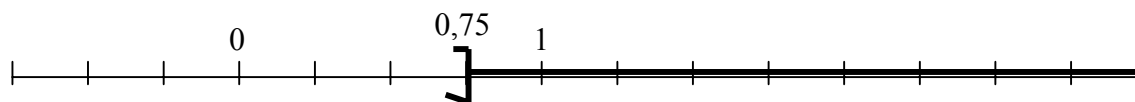
ou encore $2x - 26,50 = 62,50$ $2x = 62,50 + 26,50$ $2x = 89$ et $x = 44,5$

Donc le prix d'un jeans est de 44,50 €. Celui d'une chemisette est de : $44,5 - 26,5$ soit 18 €.

3°) ● $-5x + 2 < x - 2,5$ $-5x - x < -2,5 - 2$ $-6x < -4,5$ On divise chaque membre par (-6) qui est négatif, cela revient à résoudre $x > \frac{-4,5}{-6}$ (l'inéquation a changé de sens). D'où

$$x > 0,75$$

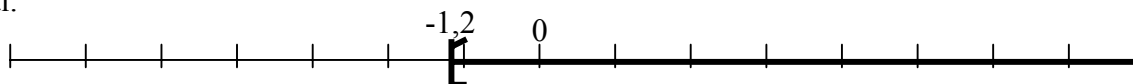
Sur l'axe, la valeur 0,75 n'est pas prise puisque l'inégalité est stricte.



$$\bullet \frac{-3x+2}{2} \leq x+4 \text{ Cela revient à résoudre } -3x+2 \leq 2(x+4) \quad -3x+2 \leq 2x+8$$

$$-3x-2x \leq 8-2 \quad -5x \leq 6 \text{ Comme on divise par } (-5) \text{ négatif cela revient à résoudre } x \geq \frac{6}{-5} \text{ ou}$$

encore $x \geq -\frac{6}{5}$ ou encore $x \geq -1,2$. Sur l'axe, la valeur $(-1,2)$ est prise puisque x est supérieur ou égal.



4. Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

1°) Résoudre les systèmes

$$\begin{cases} 5x-7y=31 \\ -2x+y=-7 \end{cases} \quad \begin{cases} x-5y=10 \\ 3x-7y=18,8 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+3y=20,5 \\ 4x+4y=22 \end{cases} \quad \begin{cases} y=2x-7 \\ y=-x+20 \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=10 \\ 3x+y=18,8 \end{cases}$$

2°) Pour un parc floral, un paysagiste achète un lot de 35 plantes constitué de rosiers à 5 € le pied et d'azalées à 8 € pièce. Le montant de la facture correspondant à cet achat est 217 €. Déterminer le nombre de pieds de rosiers et le nombre d'azalées achetés.

3°) Le périmètre d'un rectangle est égal à 140 mm. On double la largeur initiale et on retranche 7 mm à la longueur initiale. Le périmètre est alors égal à 176 mm. Quelles sont les dimensions initiales du rectangle ?

4) Les notes suivantes ont été écrites dans l'ordre croissant:

$$x \quad 4 \quad 6 \quad 7 \quad 10 \quad 11 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad y$$

On sait que la moyenne est 10 et que la différence entre la plus haute et la plus basse des notes est 16. Calculer les notes x et y .

1°) Pour résoudre un système on peut exprimer une inconnue en fonction de l'autre à partir d'une des deux équations et de la porter dans l'autre (méthode par substitution).

$$\bullet \begin{cases} 5x-7y=31 \\ -2x+y=-7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-7y=31 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-7(2x-7)=31 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-14x+49=31 \\ y=2x-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9x+49=31 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} -9x=31-49 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} -9x=-18 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{-18}{-9} \\ y=2x-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=2x-7 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=2 \times 2 - 7 \end{cases} \quad \boxed{\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}}$$

La solution du système est (2 ; -3)

$$\bullet \begin{cases} x-5y=10 \\ 3x-7y=18,8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ 3x-7y=18,8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ 3(10+5y)-7y=18,8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ 30+15y-7y=18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=10+5y \\ 30+8y=18,8 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ 8y=11,2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ 8y=11,2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=10+5y \\ y=1,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + 5 \times 1,4 \\ y = 1,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1,4 \end{cases}$$

La solution du système est (3 ; 1,4)

$$\bullet \begin{cases} 5x + 3y = 20,5 \\ 4x + 4y = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 20,5 \\ 4x = 22 - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 20,5 \\ x = \frac{22 - 4y}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = 20,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(5,5 - y) + 3y = 20,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27,5 - 5y + 3y = 20,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 27,5 - 2y = 20,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y = 20,5 - 27,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y = -7 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3,5 \\ x = 5,5 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3,5 \\ x = 5,5 - 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3,5 \\ x = 2 \end{cases}$$

La solution du système est (2 ; 3,5)

$$\bullet \begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2x - 7 = -x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2x + x = 20 + 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 3x = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \times 9 - 7 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 \\ x = 9 \end{cases}$$

La solution du système est (9 ; 11)

$$\bullet \begin{cases} x - y = 10 \\ 3x + y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 3x + y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 3(10 + y) + y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 30 + 3y + y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 30 + 4y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 4y = 18,8 - 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ 4y = -11,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ y = \frac{-11,2}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 + y \\ y = -2,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 - 2,8 \\ y = -2,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7,2 \\ y = -2,8 \end{cases}$$

La solution du système est (7,2 ; -2,8)

AUTRE METHODE POUR LES 2 DERNIERS SYSTEMES (par ADDITION ou COMBINAISON)

Par addition ou soustraction d'une équation à l'autre on obtient une équation à une seule inconnue. On remplace une des deux équation par l'équation à une seule inconnue obtenue et on poursuit la résolution.

$$\bullet \begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ 0 = 3x - 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ -3x = -27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 7 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 18 - 7 \\ x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 11 \\ x = 9 \end{cases}$$

La solution du système est (9 ; 11)

$$\bullet \begin{cases} x - y = 10 \\ 3x + y = 18,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ 4x = 28,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x = 7,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7,2 - y = 10 \\ x = 7,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = 10 - 7,2 \\ x = 7,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = 2,8 \\ x = 7,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2,8 \\ x = 7,2 \end{cases}$$

La solution du système est (7,2 ; -2,8)

2°) ● Désignons par r le nombre de rosiers et par a le nombre d'azalées

L'information « un paysagiste achète un lot de 35 plantes » devient $r + a = 35$

Les informations « constitué de rosiers à 5 € le pied et d'azalées à 8 € pièce. Le montant de la facture correspondant à cet achat est 217 € » deviennent $5r + 8a = 217$

Résoudre ce problème c'est résoudre un système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} r + a = 35 \\ 5r + 8a = 217 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ 5r + 8a = 217 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ 5(35 - a) + 8a = 217 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ 175 - 5a + 8a = 217 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 35 - a \\ 175 + 3a = 217 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ 3a = 217 - 175 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ 3a = 42 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 35 - a \\ a = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 35 - 14 \\ a = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 21 \\ a = 14 \end{cases}$$

La solution du système est (21 ; 14). Il y a 21 rosiers et 14 azalées

3°) ● Désignons par L la mesure de la longueur et par l la mesure de la largeur.

L'information « Le périmètre d'un rectangle est égal à 140 mm » devient $2(L + l) = 140$ ou $L + l = 70$

Les informations « On double la largeur initiale et on retranche 7 mm à la longueur initiale. Le périmètre est alors égal à 176 mm » deviennent $2(2l + (L - 7)) = 176$ ou encore $2l + (L - 7) = 88$

Résoudre ce problème c'est résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} L + l = 70 \\ 2l + L - 7 = 88 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 70 - l \\ 2l + L = 95 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 70 - l \\ 2l + 70 - l = 95 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 70 - l \\ l + 70 = 95 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L = 70 - l \\ l = 95 - 70 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 70 - l \\ l = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 70 - 25 \\ l = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} L = 45 \\ l = 25 \end{cases}$$

La solution du système est (25 ; 45). Une dimension est 45, l'autre est 25

4) ● x est la plus basse note, y est la plus haute.

L'information « la différence entre la plus haute et la plus basse des notes est 16 » devient : $y - x = 16$

L'information « la moyenne est 10 » devient $\frac{x + y + 4 + 6 + 7 + 10 + 11 + 13 + 14 + 15}{10} = 10$ ce qui

peut s'écrire $\frac{x + y + 80}{10} = 10$ ou encore $x + y + 80 = 100$ soit enfin $x + y = 20$

Résoudre ce problème c'est résoudre un système de deux équations à deux inconnues

$$\begin{cases} y - x = 16 \\ x + y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + x \\ x + y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + x \\ x + 16 + x = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + x \\ 2x + 16 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 16 + x \\ 2x = 20 - 16 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + x \\ 2x = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + x \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 16 + 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ x = 2 \end{cases}$$

La solution du système est (2 ; 18). La note x est 2, y est 18

5. Résoudre une activité impliquant le PGCD ou les nombres premiers entre eux

1°) Vérifier que 203 et 319 sont des multiples de 29. Montrer que $319 - 203$ et $319 + 203$ sont aussi multiples de 29.

2°) Pour le 1^{er} Mai, on dispose de 336 brins de muguet et 144 roses. On veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs. Combien de bouquets identiques pourra-t-on faire ?

Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

3°) Une pièce rectangulaire de 540 cm de long et de 300 cm de large est recouverte, sans découpe, par des dalles de moquette carrées toutes identiques. Quelle est la mesure du côté de chacune de ces dalles, sachant que l'on veut le moins de dalles possibles ? Calculer alors le nombre de dalles utilisées ?

4°) On considère la fraction **Erreur !**. Déterminer le PGCD des nombres 170 et 578 (faire apparaître les différentes étapes). Écrire la fraction **Erreur !** sous forme irréductible.

5°) Calculer le Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) de 216 et 175. Simplifier la fraction $\frac{216}{175}$ pour la rendre irréductible, en indiquant la méthode.

1°) ● $203 = 29 \times 7$ et $319 = 29 \times 11$. Par suite 203 et 319 sont multiples de 29. Par suite :

$$\boxed{319 - 203} = 29 \times 11 - 29 \times 7 = 29 \times (11 - 7) = \boxed{29 \times 4} \quad \boxed{\text{donc } 319 - 203 \text{ est multiple de } 29}$$

$$\boxed{319 + 203} = 29 \times 11 + 29 \times 7 = 29 \times (11 + 7) = \boxed{29 \times 18} \quad \boxed{\text{donc } 319 + 203 \text{ est multiple de } 29}$$

2°) ● Le nombre de bouquets est un diviseur commun du nombre de roses 144 et du nombre de brins de muguet 336. Comme on veut faire le plus grand nombre de bouquets, le nombre de bouquets est le PGCD de 144 et 336. Appliquons l'algorithme d'Euclide :

$$336 = 144 \times 2 + 48$$

$$144 = 48 \times 3 + 0$$

$$\begin{array}{r|l} 336 & 144 \\ \hline 288 & 2 \\ \hline 48 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 144 & 48 \\ \hline 144 & 3 \\ \hline 0 & \\ \hline \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 48. Par suite le PGCD de 144 et 336 est 48. On pourra faire 48 bouquets.

Comme $336 = 48 \times 7$ et $144 = 48 \times 3$ dans chaque bouquet il y aura 7 brins de muguet et 3 roses.

3°) ● La pièce rectangulaire de 540 cm sur 300 cm est exactement couverte par des dalles carrées. Donc la mesure du côté des dalles divise 540 et 300. Comme les dalles sont les plus grandes possible, cette mesure est le PGCD des 540 et 300.

Méthode des différences successives : Si un nombre divise les deux termes, il divise aussi la différence.

Nb gd	540	300	240	180	120	60
Nb pt	300	60	60	60	60	60
diff	60	240	180	120	60	0

Le PGCD de 540 et 300 est 60, la dernière différence non nulle.

Donc les plaques carrées ont un côté qui mesure 60 cm.

4°) ● PGCD des nombres 170 et 578. Utilisons l'algorithme d'Euclide

$$578 = 170 \times 3 + 68$$

$$170 = 68 \times 2 + 34$$

$$68 = 34 \times 2 + 0$$

$$\begin{array}{r|l} 578 & 170 \\ \hline 510 & 3 \\ \hline 68 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 170 & 68 \\ \hline 136 & 2 \\ \hline 34 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 68 & 34 \\ \hline 68 & 2 \\ \hline 0 & \\ \hline \end{array}$$

Le dernier reste non nul est 34 donc le PGCD de 578 et 170 est 34. Par suite la fraction $\frac{170}{578}$ peut s'écrire $\frac{170}{578} = \frac{34 \times 5}{34 \times 17} = \frac{5}{17}$. La fraction $\frac{5}{17}$ est l'écriture irréductible de $\frac{170}{578}$

5°) ● PGCD de 216 et 175. On utilise l'algorithme des différences

216	175	134	93	52	41	30	19	11	8	5	3	2
175	41	41	41	41	11	11	11	8	3	3	2	1
41	134	93	52	11	30	19	8	3	5	2	1	0

Par suite le PGCD de 216 et 175 est 1. Les deux nombres sont premiers entre eux. Donc la fraction $\frac{216}{175}$ est irréductible.

6. Etudier une fonction affine ou linéaire, une situation de proportionnalité

1°) Dans un repère orthonormal représentez la fonction linéaire $h : x \mapsto -2,5x$ A l'aide du graphe dire - Quelle est l'image par h du nombre $-\frac{4}{5}$. - Quel nombre a pour image $-\frac{9}{2}$ par h	2°) Dans un repère orthonormal représentez la fonction affine $g : x \mapsto -2x + 3$ A l'aide du graphe dire - Quelle est l'image par h du nombre $-\frac{5}{2}$. - Quel nombre a pour image $-\frac{9}{2}$ par g
3°) Soit une fonction linéaire f. On sait que $f(4) = 5$. Déterminer f.	4°) Soit une fonction affine k On sait que $k(-2) = -1$ et que $k(2) = 6$. Déterminer k.
5°) Deux commerciaux ont des conditions de rémunération différentes. Un a salaire fixe de 900 € par mois et 50 € par commande enregistrée. L'autre a un fixe de 750 € par mois et 75 € par commande enregistrée. Soit x le nombre de commandes par mois, a. exprimer en fonction de x le salaire $f(x)$ du premier et $g(x)$ du second.	b. Représentez sur un même graphique $x \mapsto f(x)$ et $x \mapsto g(x)$ c. Quelle est l'équation de la droite représentation graphique de $x \mapsto f(x)$ d. A l'aide du graphique dire pour quel nombre de commandes les deux commerciaux auront le même salaire. e. Retrouver le résultat du (c) par le calcul.

1°) ●
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère O.

L'image de $-\frac{4}{5}$ par la fonction h se note $h\left(-\frac{4}{5}\right)$

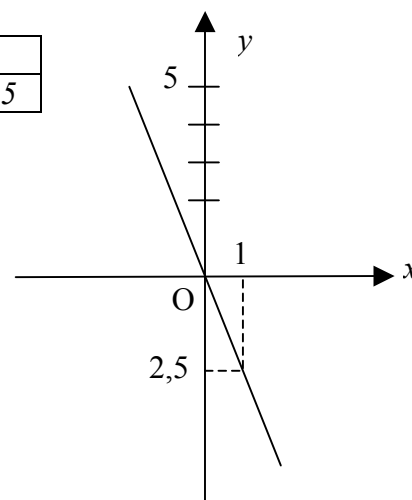
et $h\left(-\frac{4}{5}\right) = -2,5 \times \frac{-4}{5}$

Par suite $h\left(-\frac{4}{5}\right) = 2$ et l'image de $-\frac{4}{5}$ par h est 2.

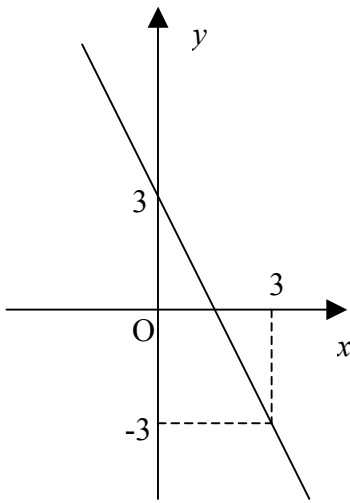
Si l'image par h d'un nombre x est $-\frac{9}{2}$ alors on peut écrire $-2,5x = \frac{-9}{2}$

d'où $x = \frac{-4,5}{-2,5}$ et $x = 1,8$. Ainsi 1,8 a pour image $-\frac{9}{2}$ par h.

x	0	1
y	0	-2,5



2°) ● La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.



x	0	3
$g(x)$	3	-3

L'image de $\frac{-5}{2}$ par la fonction g se note $g\left(\frac{-5}{2}\right)$ et

$$g\left(\frac{-5}{2}\right) = -2 \times \left(\frac{-5}{2}\right) + 3 = \frac{10}{2} + 3 = 8. \quad \boxed{\text{L'image de } \frac{-5}{2} \text{ par } g \text{ est } 8.}$$

Si l'image par g d'un nombre x est 5 alors on peut écrire $-2x + 3 = 5$ d'où

$$-2x = 5 - 3 \quad -2x = 2 \quad \text{et} \quad x = -1. \quad \boxed{\text{Ainsi } (-1) \text{ a pour image } 5 \text{ par } g.}$$

3°) ● f fonction linéaire et $f(4) = 5$. Toute fonction linéaire f est de la forme $f(x) = ax$

Comme $f(4) = 5$ cela signifie que $f(4) = a \times 4 = 5$ Pour déterminer f il suffit de résoudre l'équation $a \times 4 = 5$ pour trouver a . D'où $a = \frac{5}{4}$ et la fonction linéaire f est définie par

$$\boxed{f : x \mapsto \frac{5}{4}x}$$

4°) ● k est une fonction affine. Toute fonction affine est définie par la forme $k(x) = ax + b$

Comme: $k(-2) = -1$ et $k(2) = 6$ on peut écrire $k(-2) = a(-2) + b = -1$ et $k(2) = a \times 2 + b = 6$

Pour déterminer a et b cela revient à résoudre le système de deux équations à deux inconnues suivant

$$\begin{cases} -2a + b = 1 \\ 2a + b = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 + 2a \\ 2a + b = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 + 2a \\ 2a + (1 + 2a) = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 + 2a \\ 4a + 1 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 1 + 2a \\ 4a = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 + 2a \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 + 2 \times \frac{5}{4} \\ a = \frac{5}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{2}{2} + \frac{5}{2} \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{7}{2} \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{La fonction affine } k \text{ est définie par } k : x \mapsto \frac{5}{4}x + \frac{7}{2}}$$

5°) ● Si on désigne par x le nombre mensuel de commandes.

a. L'information « salaire fixe de 900 € par mois et 50 € par commande enregistrée » devient $50 \times x + 900$

L'information « fixe de 750 € par mois et 75 € par commande enregistrée » devient $75 \times x + 750$

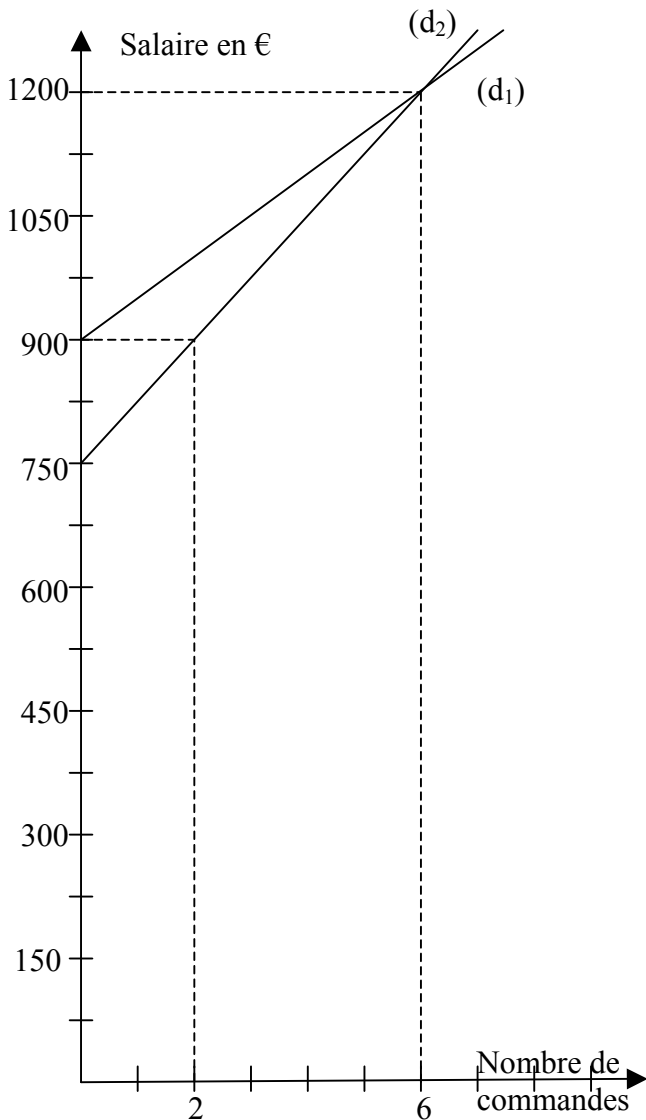
Par suite $\boxed{f(x) = 50 \times x + 900 \text{ et } g(x) = 75 \times x + 750}$

Les expressions $f(x) = 50 \times x + 900$ et $g(x) = 75 \times x + 750$ définissent deux fonctions affines f et g .

b. Leur représentation graphique est une droite

x	0	6
$f(x)$	900	1200

x	0	2
$g(x)$	750	900



c. La droite (d_1) est la représentation de

$$f : x \mapsto 50 \times x + 900$$

L'équation de cette droite est donc $y = 50x + 900$

d. Sur le graphique on peut lire que pour six commandes les deux commerciaux gagnent le même salaire soit 1200 €.

e. Pour trouver par calcul pour quel nombre de commandes les deux commerciaux auront le même salaire on cherche pour quelle valeur de x on a $f(x) = g(x)$ ou encore :

$$50 \times x + 900 = 75 \times x + 750$$

$$\text{d'où } -25 \times x = 750 - 900$$

$$-25 \times x = -150 \text{ et } x = \frac{-150}{-25} \text{ c'est à dire } \boxed{x = 6}$$

7. Résoudre un problème de statistiques

1°) Voici les notes d'un contrôle de maths dans une classe de 25 élèves

2 4 4 6 7 7 9 9 9 10 10 10 10
11 11 13 13 13 13 15 15 15 17 17 20

- Dressez un tableau indiquant, pour chaque note, l'effectif correspondant
- Construire alors un diagramme en bâtons traduisant les résultats obtenus par les élèves.
- Calculer la moyenne de la classe à l'épreuve.
- Quelle est la médiane ?

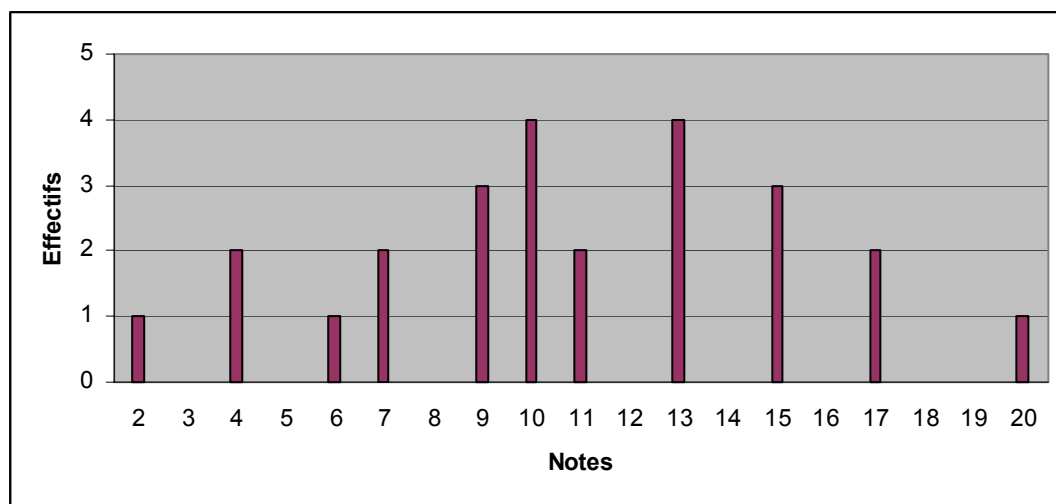
2°) On a relevé en cm la taille des élèves d'une classe

taille	[145 ;155[[155 ;165[[165 ;175[[175 ;185[
Effectifs	2	8	11	4
Effectifs cumulés	2	10	21	25

- Calculer la taille moyenne des élèves.
- Dans quel intervalle se situe l'élève médian ?
- Quelles informations donne la ligne « Effectifs cumulés » ?
- Quel est le pourcentage d'élèves qui mesurent moins de 165 cm ?

1°) a. b.

note	2	4	6	7	9	10	11	13	15	17	20
effectifs	1	2	1	2	3	4	2	4	3	2	1



$$c. m = \frac{2 + 2 \times 4 + 6 + 2 \times 7 + 3 \times 9 + 4 \times 10 + 2 \times 11 + 4 \times 13 + 3 \times 15 + 2 \times 17 + 20}{25} = \frac{270}{25} = \boxed{10,8}$$

La moyenne de l'épreuve est 10,8

- d. La médiane partage la série de notes en deux groupes de même effectif donc la note médiane est la 13° note, c'est 10.

2°) a. Quand les valeurs d'une série sont données par intervalles on calcule la moyenne en considérant le centre de l'intervalle. Les centres des intervalles sont : 150 160 170 180

$$m = \frac{2 \times 150 + 8 \times 160 + 11 \times 170 + 4 \times 180}{25} = \frac{300 + 1280 + 1870 + 720}{25} = \frac{4170}{25} = \boxed{166,8}$$

La taille moyenne des élèves est 166,8

- La médiane partage la série en deux groupes de même effectif donc la note médiane est la 13° note. Cette note se trouve dans l'intervalle [165 ;175[. Cet intervalle est appelé intervalle médian.
 - La ligne « effectifs cumulés » indique la somme des effectifs de la cellule et des cellules précédentes de la ligne. Ces informations permettent de répondre aux questions « combien d'élèves mesurent moins de ».
 - D'après le tableau 10 élèves sur 25 mesurent moins de 165 cm. Cela donne $\frac{10}{25} \times 100 = 40$
- Il y a donc 40% des élèves qui mesurent moins de 165 cm.

INTERDISCIPLINARITE**MATHEMATIQUES ET ANGLAIS**

Alfred Bartolucci

Nous avons présenté dans de précédents numéros de Pratiques-Math des activités mathématiques en anglais. Nous proposons, ici d'une part un entraînement à compter des opérations en anglais (additions et multiplications) et d'autre part trois questionnaires dont les questions sont rédigées en anglais. Ces activités n'ont pas d'autre prétention qu'apporter certes un peu de fantaisie dans l'activité habituelle de classe mais aussi de conduire les élèves à des déplacements de positionnement pendant l'activité mathématique. Ainsi, même s'il s'agit de savoirs mathématiques, modestes, le fait de s'exprimer dans une autre langue conduit à une attention différente et peut être à certaines prises de consciences de ce fait.

1. Calculer en anglais

Calculer des additions ou des soustractions, pour beaucoup d'élèves de collège ne représente pas une activité complexe, le faire en anglais, au delà de la légère différence de disposition renouvelle l'intérêt pour l'activité et peut favoriser, pour certains une réactivation des calculs pensés additifs et soustractifs.

L'addition

$$\begin{array}{r} 47 \\ + 185 \\ \hline 232 \end{array}$$

Five and seven, twelve
 Put two, carry one
 Eight and four, twelve, and one, thirteen
 Put three, carry one
 One and one two

La soustraction

$$\begin{array}{r} 232 \\ - 185 \\ \hline 047 \end{array}$$

Five from twelve, seven,
 Put seven, carry one
 Eight and one, nine, nine from thirteen, four
 Put four, carry one
 One and one two
 Two from two, zero

2. English maths questions

La réflexion à des questions mathématiques posées en anglais appelle à mobiliser des connaissances liées à des savoirs mathématiques mais aussi à la langue utilisée : les réponses « spontanées » sont limitées et les essais que nous avons faits avec des élèves semblent montrer que de fait, sur le plan mathématique les réponses sont plus réfléchies.

	ANSWER
1. In an isosceles triangle, how many edges are of the same length ?	
2. What is the name of a triangle having its three edges of the same length ?	
3. Write down the size of any angle, in degrees, which is obtuse.	
4. How many of these letters are not symmetric ? A E F G J K L O Q U X Z	
5. Give the angle sum of a triangle.	
6. Give the angle sum of a quadrilateral.	
7. Find the angle sum of a polygon having 5 edges.	
8. What is the name of a polygon having 5 edges.	
9. Convert 140° F into °C.	
10. Which prefix (for SI units) means "multiply by 1 000 000 000" ?	

	ANSWER
1. How many edges does a hexagon have ?	
2. How many edges does a pentagon have ?	
3. What is the name of a regular polygon having eight edges ?	
4. What is the name of a regular polygon having ten edges ?	
5. Which prefix (for SI units) means "multiply by 0,001" ?	
6. Which prefix (for SI units) means "multiply by 0,000 000 001" ?	
7. Give the arithmetic mean of 9 ; 12 ; 7 ; 14 and 18.	
8. What is the value of a discount of 10% on £12 ?	
9. Which number is the numerator in the fraction $\frac{7}{10}$?	
10. Find the next number in the sequence : 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; ...	

	ANSWER
1. How many faces does a cube have ?	
2. How many edges and vertices does a cube have ?	
3. How many faces does a tetrahedron have ?	
4. How many edges and vertices does a tetrahedron have ?	
5. How many faces does a dodecahedron have ?	
6. What is the name of a regular convex polyhedron having 20 faces ?	
7. Is it true that adding two even numbers makes an even number ?	
8. Is it true that adding two odd numbers makes an even number ?	
9. Is it true that multiplying an odd number by an even number gives an even number ?	
10. Is it true that dividing an even number by 2 gives an even number ?	

TIC**TIC ET MATHÉMATIQUES
AU LYCÉE, QUELQUES
POINTS DE REPERE**

François CATRIN, Robert DELAVEAU
Formateurs CEPEC

Les textes qui suivent sont extraits d'un dossier du CEPEC¹ intitulé « TIC et mathématiques au Lycée » ; s'il s'adresse prioritairement aux professeurs enseignants au lycée, les enseignants du collège y trouveront des réponses à un certain nombre de questions qui se posent aujourd'hui aux enseignants de mathématiques devant intégrer les TIC à leur enseignement.

1 Mathématiques et TIC² : quels liens, quels apports**1.1 Ce que disent les textes officiels**

La mise en place des nouveaux programmes de mathématiques du lycée a été marquée par un certain nombre de changements. Quelques uns correspondent essentiellement à des modifications de contenus enseignés : ajouts de notions nouvelles ; introduction de nouveaux champs correspondant à des domaines des mathématiques peu ou pas pris en compte jusqu'à nos jours dans les programmes du lycée (théorie des graphes, introduction de la notion de fractales, calcul matriciel, etc.) ; nouvelles approches de notions (fonction exponentielle en Terminale S...). D'autres changements de programmes sont plus fondamentaux car ils correspondent à une nouvelle conception de l'enseignement des mathématiques qui peut être caractérisée par les différents points suivants :

- l'apport de l'expérimentation et de la simulation comme préalables aux activités de démonstration,
- une part importante du programme portant sur les statistiques,
- l'utilisation de démarches inductives permettant d'aller de la construction d'objets mentaux simples

à leur manipulation et l'explicitation de leurs caractéristiques vers les concepts³.

L'un des aspects clé de ces nouveaux programmes est caractérisé par une forte importance accordée à la prise en compte des TIC dans l'enseignement ; aussi bien comme outil d'enseignement que comme ensemble de savoirs et de savoir-faire.

Ceci est particulièrement mis en évidence dans l'appellation mathématiques-informatique utilisée pour la classe de première L, qui « *intègre (...) une dimension informatique en proposant systématiquement une mise en œuvre sur tableur des différents paragraphes⁴* ».

On peut ainsi lire dans l'introduction des programmes de Seconde :

« L'informatique, devenue aujourd'hui absolument incontournable, permet de rechercher et d'observer des lois expérimentales dans deux champs naturels d'application interne des mathématiques : les nombres et les figures du plan et de l'espace. Cette possibilité d'expérimenter, classiquement plus propre aux autres disciplines, doit ouvrir largement la dialectique entre l'observation et la démonstration, et sans doute à terme changer profondément la nature de l'enseignement. Il est ainsi nécessaire de familiariser le plus tôt possible les élèves avec certains logiciels ; en Seconde l'usage de logiciels de géométrie est indispensable. Un des apports majeurs de l'informatique réside aussi dans la puissance de simulation des ordinateurs ; la simulation est ainsi devenue une pratique scientifique majeure : une approche en est proposée dans le chapitre statistique. »

1.2 L'ordinateur, un outil de travail personnel des enseignants

Indépendamment de ce qui est prescrit par les programmes, on note que l'ordinateur devient un outil de travail personnel des enseignants qui, dans leur grande majorité, utilisent cet outil couramment pour la partie de leur travail qu'ils effectuent chez eux (certaines études statistiques donnent un pourcentage d'équipement de près de 90 %). Ceci leur permet d'améliorer la qualité des documents produits (intégration de formules, de dessins géométriques plans ou de l'espace, de courbes représentatives).

¹ Dossier CEPEC n° 72 « TIC et mathématiques au Lycée ».

² Technologies de l'Information et de la Communication.

³ Cf. Avant-programme 1° S.

⁴ Programme de 1° L.

Ces outils facilitent également le travail de gestion des documents, leur rangement, leur stockage, leur réutilisation, leur modification.

Certains enseignants de mathématiques utilisent aussi l'ordinateur pour apporter une aide à la correction d'exercices (dépouillement statistique sur tableur, calcul formel...).

Enfin, depuis l'arrivée d'Internet, on note des usages visant à favoriser la mutualisation des travaux, les collaborations et les échanges entre enseignants (listes de diffusion, de discussion, sites personnels, espaces partagés). De nombreux sites Web sont réalisés par des enseignants de mathématiques ou leur sont destinés. On peut trouver des sites d'autoformation (sites sur les statistiques, sur la théorie des graphes par exemple) qui apportent des idées ou des connaissances nouvelles, des sites à vocation pédagogique ou didactique et des sites encyclopédiques (Culture mathématique, Chronomaths, L'Univers de PI...).

1.3 Des nouveaux contenus d'enseignement, des nouvelles présentations des connaissances, des facilités de calcul

Si les TIC constituent des outils qui ne sont pas spécifiques aux mathématiques, elles comportent également une dimension qui est en lien direct avec leur enseignement. Ce lien se retrouve dans trois directions : la modification des savoirs enseignés et des contenus d'enseignement ; le moyen de présenter des connaissances sous d'autres formes, avec d'autres possibilités que les outils de représentation traditionnels et enfin l'apport d'une puissance de calcul arithmétique, algébrique ou formel.

De nouveaux savoirs enseignés font leur apparition dans les programmes du lycée ; certains font explicitement référence à l'informatique comme la notion de fractale, « *l'esprit algorithmique*⁵ », le fonctionnement d'un tableur ; d'autres y sont liés car les traitements qu'ils impliquent ne seraient pas accessibles à des élèves sans l'utilisation d'outils logiciels spécifiques comme la théorie des graphes, le calcul matriciel, les statistiques. De plus, des savoirs tombent en désuétude ou perdent de leur importance à cause des facilités de calcul ou de traitement que permettent ces technologies. En statistique par exemple, on note un glissement de l'enseignement qui n'accorde plus qu'une petite place au calcul des différents paramètres pour

augmenter de façon très nette celle réservée à l'interprétation et à la signification de ceux-ci.

Les logiciels, en particulier les géométriseurs, peuvent permettre ou faciliter la création d'images mentales de certaines notions ou concepts (les transformations du plan ou de l'espace, les différents objets de l'espace, les patrons de polyèdre, la « *perception de l'aléatoire* »⁶, la notion de dérivée). De plus, ces logiciels peuvent aider à la représentation de problèmes particuliers (optimisation, lieux géométriques...).

De même, certaines notions peuvent trouver une autre représentation qui aide à leur donner du sens comme celle de variable introduite sur les tableurs ou de fonction introduite comme une « *boîte noire*⁷ » sur ordinateur ou calculatrice.

Les TIC permettent également de présenter des notions, des exemples sous une forme plus visuelle, plus interactive ; par exemple, la correction d'un exercice de géométrie en mettant en évidence les situations géométriques utilisées ou, en géométrie dans l'espace, la possibilité de faire tourner une figure, de la rendre opaque ou transparente, de choisir un plan de projection, etc.

Les possibilités de calcul offertes par les logiciels permettent de résoudre des problèmes pour lesquels on n'a pas encore étudié les modes de résolution, de faire des opérations pour lesquelles n'existent pas de méthodes explicites, de se décharger des calculs trop longs ou trop difficiles. Il est ainsi possible, par exemple, de traiter une équation ou inéquation du second degré au collège, de n'importe quel type au lycée, de déterminer n'importe quelle dérivée ou primitive au moyen d'un logiciel de mathématiques formelles ou encore de traiter des statistiques qui comportent des données nombreuses et réelles, issues d'enquêtes ou de simulations, en utilisant des logiciels spécifiques ou un tableur.

1.4 Autres stratégies d'apprentissage

L'utilisation des logiciels informatiques dans leur dimension interactive est particulièrement remarquable pour introduire de l'expérimental, faciliter ainsi la production de conjectures par les élèves (Cf. introduction des programmes du lycée), permettre l'auto-évaluation (par exemple dans des problèmes de construction dans lesquels le logiciel permet de vérifier si la construction est valide).

⁵ Rapport de la commission Kahane p. 2.

⁶ Accompagnement des programmes de seconde, p. 21.

⁷ Programme de Seconde.

Elle permet également, en conformité avec les instructions officielles, d'introduire des concepts en favorisant leur représentation plus que les modes opératoires qui y sont liés (par exemple les inéquations, les fonctions).

« *Le choix pédagogique de ce programme est d'aller de l'observation vers la conceptualisation...* »⁸.

« *Le programme actuel repose sur une stratégie éducative où on va de la construction d'objets mentaux vers des concepts mathématiques.* »⁹

Elle permet encore de multiplier les exemples pour introduire certaines lois (par exemple la loi des grands nombres en statistiques).

1.5 Donner du sens aux apprentissages pour favoriser la motivation et l'activité des élèves et permettre le travail en groupe

Par les facilités de traitement qu'ils offrent, les logiciels peuvent aider à donner du sens aux apprentissages ; par exemple en présentant des contre-exemples qui donnent du sens aux propriétés étudiées (dans le cas des transformations du plan, c'est l'observation de transformations "atypiques" qui ne conservent ni l'alignement ni les distances qui donne du sens aux propriétés de conservation des transformations "canoniques").

Les logiciels favorisent aussi les liens que l'on peut établir entre le savoir savant, l'histoire des sciences et les notions étudiées en cours (encyclopédies sur cédérom ou en ligne).

Le fait de ne pas avoir à prendre en compte tous les paramètres d'une situation permet de distinguer les différents temps de l'activité mathématique : constater, conjecturer, démontrer, vérifier.

En permettant de résoudre des problèmes pour lesquels on ne connaît pas de méthode explicite, les facilités de traitement offertes par les logiciels vont ouvrir le champ des problèmes que l'on peut traiter vers des exemples qui ont du sens même s'ils ne correspondent pas explicitement aux savoir-faire acquis par les élèves à un moment donné.

De plus, ces outils vont permettre de varier et de différencier les situations d'apprentissage, comme de rendre les élèves actifs quel que soit leur niveau de compétences mathématiques.

De nouveaux champs de problèmes sont également ouverts comme, par exemple, la recherche de constructions sur géométrieurs, la construction et

le test d'algorithmes sur tableur ou sur calculatrice programmable.

La travail sur logiciel dans des situations de résolution de problème est un facteur favorisant des stratégies d'interaction entre les élèves, la confrontation des représentations, la collaboration donnant des occasions fructueuses de travail en groupe.

Enfin, l'usage de tutoriels ou d'outils fabriqués par des enseignants permet la mise en place de situations d'entraînement individualisées et interactives.

1.6 Les autres activités pédagogiques au lycée avec TIC (TPE, PPCP, ECJS)

Le professeur de mathématiques peut également intervenir dans d'autres activités transdisciplinaires (TPE¹⁰, ECJS¹¹, PPCP¹²) dans lesquelles les élèves vont être amenés à utiliser les outils informatiques, que ce soit dans la recherche d'information sur les sites Web ou dans la production de documents de formes diverses (texte, brochure, affiche, présentation multimédia, cédérom, site Internet). Même s'il n'est pas possible pour les enseignants de maîtriser tous les outils, il est sans doute préférable d'en connaître au moins les principes pour pouvoir guider les élèves dans les choix d'outils qu'ils seront amenés à opérer.

Dans le cadre du B2i¹³ lycée qui se met en place, les enseignants de mathématiques sont aussi amenés à participer au développement et à la validation des compétences dans le domaine de l'usage des Technologies de l'Information et de la Communication.

Enfin, il est important de rappeler que les élèves de collège doivent recevoir une formation de base aux outils informatiques dans le cadre de l'enseignement de la technologie et dans celui du B2i¹⁴, ce qui devrait à court terme rendre de plus en plus facile l'usage pédagogique de ces outils. En effet, tout élève de fin de collège devrait ainsi maîtriser les bases du fonctionnement d'un ordinateur, savoir utiliser un traitement de texte, maîtriser les principes d'un tableur, savoir rechercher de l'information sur Internet et communiquer par courrier électronique.

⁸ Accompagnement des programmes de Seconde, p. 21.

⁹ Programme de 1° S.

¹⁰ Travaux Personnels Encadrés.

¹¹ Education Civique Juridique et Sociale.

¹² Projet Personnel à Caractère Professionnel.

¹³ Brevet Informatique et Internet.

¹⁴ BO N° 42, 23 novembre 2000.

2. Typologie des usages des TIC en mathématiques

	Type d'équipement	Qui manipule	Logiciels	Compétences professeur	Compétences élèves	Type d'activité	Type d'objectifs
Préparer	Ordinateur personnel ou en salle des professeurs	Enseignant	Traitement de texte Tableur Géométriseur Cédéroms Internet	Correctes	Nulles	Recherche d'informations. Réalisation de documents	Préparer un cours, une évaluation
Montrer	Vidéo projecteur ou salle multimédia avec dispositif de diffusion	Enseignant	Tableur Géométriseur Cédéroms Internet	Moyennes	Nulles	Présentation	Introduire une notion, un concept, un problème, illustrer
Manipuler	Salle informatique, de préférence en réseau	Elèves	Tableur Géométriseur	Moyennes	Faibles	Manipulation d'un fichier préparé par l'enseignant	Introduire une notion, un concept, un problème, construction "d'images mentales"
Exécuter	Salle informatique	Elèves	Tableur Géométriseur	Moyennes	Moyennes	Réalisation d'une activité avec fiche de procédures	Introduire une notion, un concept, un problème, construction "d'images mentales"
Produire	Salle informatique	Elèves	Tableur Géométriseur	Bonnes	Bonnes	Réalisation d'une activité sous forme de situation problème	Développer des compétences "résolution de problème"
S'entraîner	Ordinateur en libre disposition ou salle informatique	Elèves	Logiciels d'EAO	Faibles	Faibles	Entraînement autonome avec des logiciels d'EAO	Savoir faire "opérationnels", remédiation, approfondissement

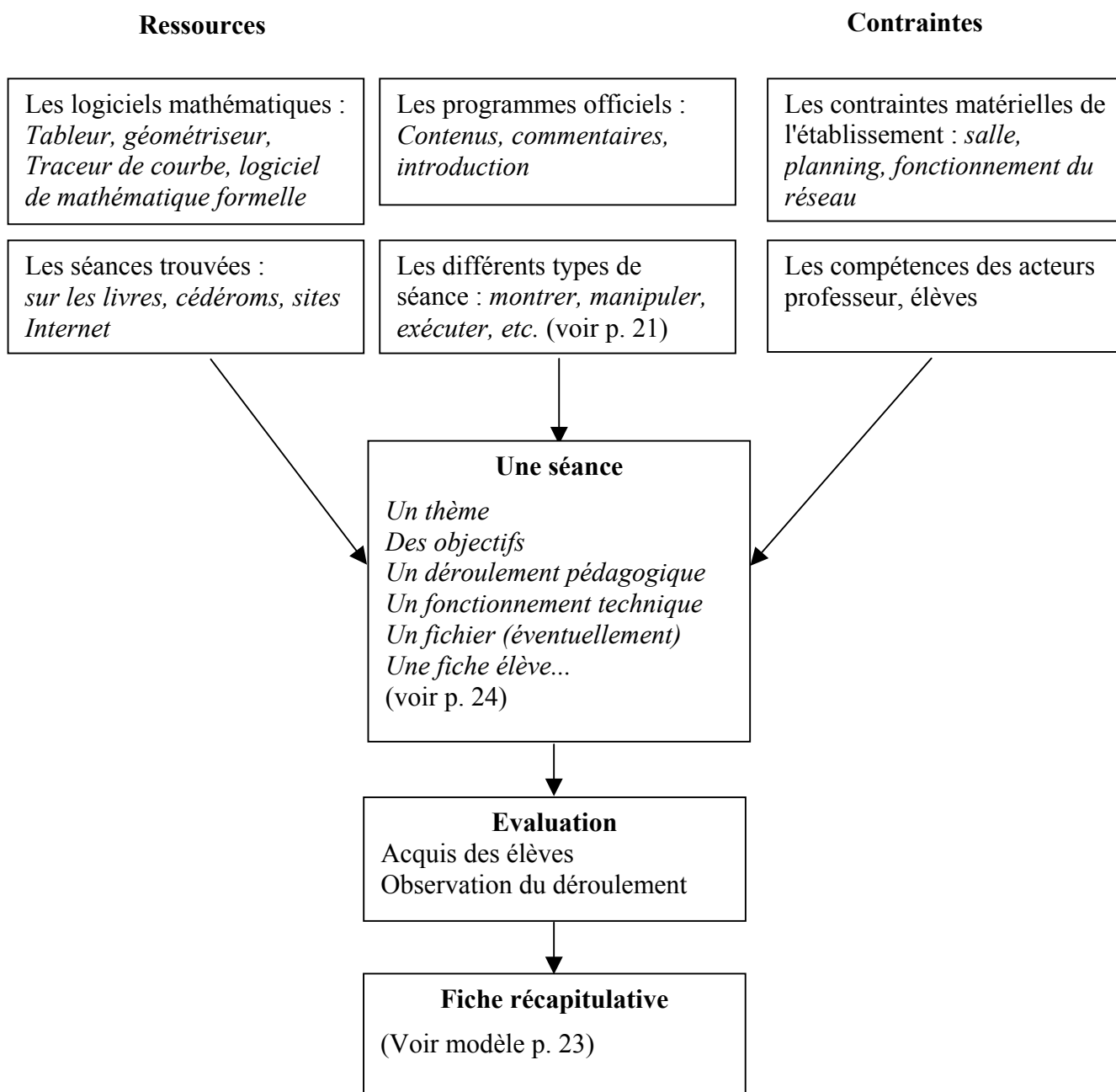
3. Quelques points de repère sur la mise en place de séances TIC

3.1 Créer une séance avec les TIC : les points à prendre en compte

La réalisation d'une séance avec TIC nécessite la prise en compte d'un certain nombre de paramètres (voir le schéma descriptif ci-dessous).

Elle conduit à un descriptif de la séance, qui en détaille les différents aspects (Cf. un modèle de fiche descriptive page 23). Elle oblige aussi à réaliser plusieurs documents, papier ou informatiques, différents selon le thème et surtout le type de séance prévue (Cf. une liste des tâches page 24).

On trouvera dans les pages suivantes des exemples de séances à réaliser avec les logiciels Géoplan-Géospace et Excel. Leur mise en place peut constituer un exercice d'entraînement à la réalisation de séance avec TIC pour des professeurs.



3.2 Créer une séance avec les TIC : Fiche descriptive

Logiciel utilisé	
Classe	
Thème de la leçon dans laquelle s'intègre la séance	

Type de la séance

Montrer <input type="checkbox"/>	Manipuler <input type="checkbox"/>	Exécuter <input type="checkbox"/>	Produire <input type="checkbox"/>	S'entraîner <input type="checkbox"/>
----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------------

Type d'objectif de la séance

Représenter un objet mathématique <input type="checkbox"/>	Présenter une situation <input type="checkbox"/>	Découvrir une propriété <input type="checkbox"/>
Résoudre un problème sans faire de calcul ou dessin <input type="checkbox"/>	Relier divers aspects d'un concept ou d'une situation <input type="checkbox"/>	Utiliser des règles ou des lois <input type="checkbox"/>

Objectif de la séance

--

Apports spécifiques de l'outil

--

Descriptif du dispositif technique (réseau, fichier à charger, fiche de consignes...)

--

Descriptif (déroulement, procédure d'évaluation...)

--

Quelle trace les élèves vont-ils conserver ?

--

Remarques (durée estimée, difficultés prévues...)

--

3.3 Créer une séance avec les TIC : tâches à accomplir, documents à réaliser

Selon le type de séance, le travail de préparation de l'enseignant n'est pas le même, les fichiers à réaliser ne sont pas de même nature, ni de même fonctionnement, les précautions à prendre ne sont pas les mêmes, les documents fournis aux élèves sont différents.

Ce tableau indique, pour chacun des types de séances présenté plus haut, les différentes tâches de préparation à accomplir.

<i>Type de séance</i>	<i>Documents à réaliser – tâches à accomplir</i>	<i>Remarques</i>
Montrer	<ul style="list-style-type: none"> - Un fichier informatique (Excel, Géoplan, etc.) comportant une feuille (Excel) ou une page de commentaire (Géoplan et Géospace) avec les indications pédagogiques. - Mettre le fichier dans un dossier accessible depuis le poste maître ou sur une disquette. 	
Manipuler	<ul style="list-style-type: none"> - Un fichier informatique (Excel, Géoplan, etc.) comportant une feuille (Excel) ou une page de commentaire (Géoplan et Géospace) avec les indications pédagogiques. - Mettre le fichier correspondant sur un dossier accessible depuis chaque poste élève. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bien assurer les protections du fichier pour éviter les fausses manœuvres des élèves pouvant « endommager » celui-ci.
Exécuter	<ul style="list-style-type: none"> - La fiche de consignes élèves avec les modes opératoires voulus (format traitement de texte). - Une fiche de commentaires pédagogiques (format traitement de texte). 	<ul style="list-style-type: none"> - Essayer l'activité en se mettant à la place d'un élève. - Mettre les deux fiches à la suite dans un seul document pour éviter de les « disjointre ».
Produire	<ul style="list-style-type: none"> - La fiche de consignes élève (format traitement de texte). - Une fiche de commentaires pédagogiques (format traitement de texte). 	<ul style="list-style-type: none"> - Essayer avec le logiciel voulu pour vérifier si l'activité est réalisable, ouverte, significative. - Mettre les deux fiches à la suite dans un seul document.
S'entraîner	<ul style="list-style-type: none"> - Un fichier informatique (Excel, Géoplan, etc.) - Remplir une feuille avec les indications pédagogiques (objectifs, niveau de classe, etc.). - Mettre le fichier correspondant sur un dossier accessible depuis chaque poste élève. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bien assurer les protections du fichier pour éviter les fausses manœuvres des élèves pouvant « endommager » celui-ci.

3.4 A quels moments utiliser les TIC ?

Généralement, ce n'est pas parce qu'une activité est techniquement complexe qu'elle est pertinente ; il existe des activités très simples mais qui sont d'un apport tangible pour l'apprentissage ; par contre on trouve de nombreux exemples d'activités qui sont techniquement très abouties et sophistiquées mais sans que l'apport en terme d'apprentissage mathématique soit très significatif.

Il conviendrait de choisir des activités qui vont permettre :

- de traiter des problèmes reconnus comme posant de vraies difficultés pour la compréhension des élèves (lieu de points, concepts de fonctions, problèmes d'optimisation par exemple) et pour lesquels il peut sembler judicieux d'utiliser de nouvelles stratégies d'enseignement, les outils traditionnels ayant montré leurs limites,
- d'aborder des points du programme avec un déroulement impossible à faire autrement (géométrie dans l'espace, introduction de méthodes inductives...).

3.5 Comment faire en sorte qu'une séance TIC favorise l'apprentissage ?

Si l'on fait le choix d'utiliser les TIC dans le cadre d'une séance de mathématiques, il est nécessaire de garantir les conditions permettant la construction de savoir par les élèves soient remplies. Si l'on souhaite favoriser l'apprentissage des élèves, il semble important de se poser quelques questions lors de la préparation d'une séance de cours avec ordinateur.

La plupart de ces questions sont des questions de bon sens que l'on pourrait se poser lors de toute construction de séance pédagogique, mais, elles prennent encore un caractère plus aigu lorsque l'on met en parallèle les problèmes particuliers rencontrés lors de l'utilisation des technologies.

Quels sont les objectifs pédagogiques de la séance ?

La première question est celle de la définition des objectifs de la séance. Il est essentiel de se demander ce que les élèves devront avoir appris, ce qu'ils sauront faire de nouveau, à l'issue de la séance. Le but n'est pas, sauf exception, de faire manipuler l'ordinateur mais de développer des apprentissages mathématiques. La lecture de descriptifs de certaines séances de cours que l'on

trouve dans des manuels ou sur certains sites Internet laisse penser que les objectifs de celles-ci sont pour le moins "flous" si ce n'est inexistant, même de manière implicite.

Le ou les objectifs visés sont-ils significatifs ?

La deuxième question est celle de la pertinence des objectifs. Ne sont-ils pas trop ponctuels, ont-ils du sens à l'intérieur d'un référentiel, d'un programme ? Le coût (en terme financier bien sûr, mais aussi en terme de complexité de mise en œuvre) des moyens utilisés est-il en rapport avec les objectifs de la séance ? Autant il peut sembler utile de "passer du temps" pour introduire un concept-clé des mathématiques (équation, inéquation, dérivée, lieu géométrique, etc.) dont on connaît les difficultés, les obstacles qui y sont liés, autant il peut paraître dérisoire de dépenser beaucoup de temps et d'énergie pour travailler une notion très ponctuelle.

L'usage des TIC est-il un facteur d'apprentissage ?

Pouvait-on imaginer le même type de séance sans ordinateur ? En quoi les TIC apportent-elles quelque chose de spécifique, qui soit impossible ou difficile à réaliser avec les outils de travail habituels ? Cet apport peut être de natures diverses : motivation plus forte des élèves, individualisation des rythmes d'apprentissage, changement de stratégie, multiplication des situations. Toutes les situations mathématiques qui prennent du sens par la multiplication et la variété des configurations données sont ainsi propices à un déroulement intégrant l'usage des logiciels mathématiques.

Y a-t-il adéquation entre le type d'activité proposé et le type d'apprentissage visé ? Les tâches proposées aux élèves mobilisent-elles des compétences en lien avec l'objectif ?

La nature ou la complexité des activités ne risque-t-elle pas de "masquer" les finalités ? Si un élève doit passer du temps pour construire un tableau complexe en suivant une fiche de modes opératoires, son attention se portera plus vers les savoir-faire concernant le tableur que vers les notions mathématiques en jeu.

Ces activités doivent par exemple être plutôt de type « résolution de problème » ou « création » pour des objectifs complexes alors qu'elles peuvent être plus « répétitives » pour de l'entraînement.

La séance prévoit-elle que les élèves gardent une trace du travail effectué ?

Il est fréquent que les élèves se représentent des séances de cours faites sur moyen informatique comme des moments "à part" sans lien particulier avec les autres activités de la classe, cette impression est renforcée s'il ne reste dans les cahiers, classeurs, cahiers de texte aucun trace du travail fait sur ordinateur. Cette trace qui symbolise et marque l'importance du travail réalisé peut être variée : impression de pages significatives, réalisation d'un résumé sur cahier, prise de notes en cours de travail.

Quelle dispositif ai-je mis en place pour permettre aux élèves de prendre conscience de l'apprentissage ? (temps favorisant la "méta cognition")

Ce point, qui peut être mis en relation avec le précédent, marque l'importance qu'il y a d'aider les élèves à prendre du recul sur la tâche accomplie pour percevoir à la fois ce qu'ils ont appris, les moyens qu'ils ont mis en œuvre dans cet apprentissage, les utilisations qu'ils pourront faire du savoir construit, les autres savoirs qui sont en relation avec celui-ci. Ceci peut se traduire par une mise en commun, la verbalisation des apprentissages, des points clés, une prise de note d'une institutionnalisation des résultats découverts.

Comment l'activité TIC s'imbrique-t-elle avec le reste des séances de travail ?

Une même séance peut avoir des effets très variables selon le moment où elle se place. On veillera en particulier à ce que la séance TIC ne soit pas trop déconnectée du reste des activités, qu'elle ne soit pas trop exceptionnelle, qu'elle se place au bon moment par rapport aux autres séances de travail. De plus, il est important de veiller à aider les élèves à faire des liens entre les différents types d'activités.

Les différents acteurs (enseignant et élèves) ont-ils les compétences techniques requises pour la réalisation de l'activité ?

La mise en place de séances de type résolution de problème (construction d'une figure, programmation d'une formule ou d'un algorithme sur un tableur, etc.) nécessite que les élèves maîtrisent les fonctions de base du logiciel concerné par l'activité. Dans le cas contraire, la résolution des problèmes techniques risque de se faire au détriment de la centration sur l'apprentissage lui-même.

Aide mémoire : Quelques questions à se poser lorsque l'on prépare une séance avec TIC

- Quels sont les objectifs pédagogiques de la séance ?
- Le ou les objectifs visés sont-ils significatifs ?
- L'usage des TIC est-il un facteur d'apprentissage ?
- Les tâches proposées aux élèves mobilisent-elles des compétences en lien avec l'objectif ?
- La séance prévoit-elle que les élèves gardent une trace du travail réalisé ?
- Quel dispositif ai-je mis en place pour permettre aux élèves de prendre conscience de l'apprentissage ?
- Comment l'activité TIC s'imbrique-t-elle avec le reste des séances de travail ?
- Les différents acteurs (enseignant et élèves) ont-ils les compétences techniques requises pour la réalisation de l'activité ?

3.6 Favoriser la collaboration et la mutualisation

L'un des facteurs qui aident à l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques est très certainement la mise en place de dispositifs permettant la collaboration et le travail en équipe. Que ce soit pour se former, pour échanger sur des pratiques qui semblent efficaces, pour mettre en commun les activités réalisées, ou même dans certains cas pour faire des échanges de service.

Indépendamment d'aspects organisationnels que nous ne traiterons pas ici, un certain nombre de conditions techniques peuvent favoriser les échanges de séances réalisées.

Tout d'abord, il pourra être utile de réaliser pour chaque séance une fiche descriptive de celle-ci, par exemple sur le modèle de celle qui est présentée page 23.

En second lieu, pour faciliter les échanges (entre collègues ou même par mutualisation sur Internet) et la réutilisation (d'une classe à une autre, d'une année sur l'autre) des différents travaux, il semble indispensable de respecter quelques "règles" lors de la réalisation de ceux-ci. En effet, on trouve (en particulier sur Internet, mais aussi sur de nombreux disques durs d'enseignants) des fichiers qui ne sont pas réutilisables car le contexte d'usage a disparu,

le mode d'emploi est absent ou égaré, la fiche élève correspondante également. Pour éviter ces désagréments, il paraît souhaitable de documenter les fichiers. Dans Excel, on peut utiliser pour cela une feuille du classeur que l'on pourra nommer **Commentaires** ou **Mode d'emploi**; dans Géoplan-Géospace, on utilisera la feuille commentaire (obtenue par **Editer / Editer un Commentaire** dont on sort par **Actualiser**).

Cette manière de procéder est préférable à la réalisation d'un fichier "traitement de texte" séparé pour éviter de disjoindre le fichier "activité" du fichier "mode d'emploi".

Cette page de commentaires devrait comporter les éléments suivants :

1- Le **nom** et les éléments d'identification des auteurs de la séance.

2- Une **documentation technique** ("comment ça marche") indiquant les commandes, les cellules à modifier, etc.

3- Une **documentation pédagogique** (quel niveau de classe, quel objectif pédagogique, quelle stratégie d'utilisation - démonstration collective, utilisation par groupe, etc.- consignes données, durée d'utilisation, remarques).

4- Cette documentation doit préciser quels sont les apports spécifiques des TIC pour l'apprentissage.

5- Si une fiche élève a été utilisée celle ci pourra être jointe, (éventuellement par **Insertion / objet / Document Microsoft Word** dans une feuille du classeur Excel).

3.7 Quelques conseils pour ceux qui débutent

L'utilisation des TIC en mathématiques au lycée fait aujourd'hui explicitement partie du programme. Si on a pu considérer pendant de nombreuses années que ces technologies étaient des outils que l'on pouvait éventuellement intégrer dans la classe de mathématiques, la question ne se pose plus de la même manière depuis quelque temps. Il ne s'agit plus de se poser la question de savoir si « on va s'y mettre », mais de savoir comment on va le faire. Il est bien sûr évident que chaque enseignant ne va pas, du jour au lendemain, avoir les compétences lui permettant d'intégrer ces nouveaux outils avec toutes les potentialités qu'ils offrent.

On peut imaginer une progression des utilisations qui garantisse à la fois un processus de formation personnelle sans que cela nécessite un investissement en temps trop important et la mise

en place d'usages ayant une certaine pertinence. Même si on ne gère pas tous les aspects, dans un premier temps, il est plus facile d'utiliser les TIC comme outil personnel (pour rechercher de l'information, mettre au propre des documents, etc.). Ensuite, on peut tenir compte du fait que, dans la typologie des usages (Cf. page 21), certains nécessitent peu de maîtrise technique et peu de modifications des pratiques d'enseignement traditionnelles alors que d'autres supposent à la fois une bonne maîtrise des outils techniques et demandent une gestion pédagogique complexe qui prend en compte des différences de rythme.

C'est pourquoi il nous semble que l'on peut conseiller la progression des usages suivante :

- Dans un premier temps, apprendre à utiliser l'ordinateur dans le cadre de son travail personnel d'enseignant, dans les activités qui se déroulent « hors contact élève » : produire avec un traitement de texte les documents que l'on donne aux élèves, rechercher des informations sur Internet, consulter des cédéroms, etc.

- Lors des premiers usages « en classe », commencer par utiliser des séances déjà faites. On peut en trouver sur les cédéroms d'accompagnement des programmes du lycée, sur les sites Internet des académies, sur les cédéroms diffusés par les auteurs de manuels scolaire. Il est aussi sans doute utile dans un établissement de mutualiser les séances réalisées par les différents enseignants. Pour cela il est conseillé de respecter certaines « règles » (Cf. page 26).

- Commencer par faire des séances de type « Montrer » car elles ne nécessitent pas trop de compétences techniques, n'obligent pas à beaucoup de changements par rapport à des pratiques pédagogiques traditionnelles, elles peuvent se dérouler sur un temps court (quelques minutes) et se passer dans la salle de classe habituelle.

L'intégration des TIC en mathématiques se fait à travers plusieurs logiciels. Au lieu de chercher à développer simultanément des compétences dans chacun d'entre eux, il vaut sans doute mieux dans un premier temps aller « assez loin » avec l'un d'eux (un logiciel de géométrie plane par exemple); on verra ensuite qu'un nombre important de savoir-faire techniques est transférable aisément d'un logiciel à l'autre.

S'il paraît évident que l'on ne peut exiger que les enseignants maîtrisent d'un seul coup tous les

aspects de la prise en compte des TIC, il est incontestable que chaque professeur doit être dans une dynamique de prise en compte. Ce point est clairement explicité dans un document de l'IGEN (« Les technologies de l'information et de la communication dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée ») en particulier dans le passage suivant :

« Systématiquement, les inspecteurs de mathématiques doivent s'enquérir de la formation donnée aux élèves dans le domaine de l'utilisation des TICE, en contrôlant à la fois la progression suivie, les thèmes de travaux proposés et les traces gardées par les élèves. Cette utilisation, dans les classes où elle fait partie du programme, ne doit pas être rejetée en fin d'année. De plus, en dehors d'éventuelles séances dédiées à l'usage des TICE,

il est bon que les inspecteurs manifestent leur désir d'assister, lors d'un cours normal, à une illustration de concepts ou de configurations réalisée grâce à l'informatique. Il est souhaitable que les rapports d'inspection prennent en compte cette dimension des programmes ».

Enfin, ne faut pas oublier qu'un grand nombre d'élèves ont de bonnes compétences techniques ; la plupart d'entre eux savent démarrer un programme, charger un fichier, imprimer un tableau ou une figure. Cette situation qui va sans doute évoluer encore avec la mise en place du B2i dans les collèges et les lycées dans les années qui viennent. Si l'enseignant doit pouvoir apporter la réponse aux questions d'ordre mathématique qui se posent, il n'est pas dans l'obligation de posséder toutes les compétences techniques lui permettant de résoudre tous les problèmes que posent l'usage des TIC.

Les publications du CEPEC

Vient de paraître...

Dossier N°72 : TIC et mathématiques au Lycée

Dans les textes officiels, les programmes et les documents d'accompagnement relatifs aux mathématiques, les Technologies de l'Information et de la Communication occupent une place importante.

Ce dossier se propose de faire le point sur l'utilisation de ces TIC dans l'enseignement des mathématiques. Il est organisé en cinq parties :

- ***Première partie*** : Un point sur les liens entre les TIC et l'enseignement des mathématiques aujourd'hui au lycée et sur l'apport de ces technologies pour l'apprentissage.
- ***Deuxième partie*** : Des instruments d'auto-formation sur les principaux logiciels utilisés : Excel et Géoplan-Géospace.
- ***Troisième partie*** : Des repères et outils permettant d'identifier les paramètres à prendre en compte lors de la réalisation de séances de cours intégrant une dimension TIC.
- ***Quatrième partie*** : Des conseils pour faciliter la mise en place de l'usage des ces technologies.
- ***Cinquième partie*** : Des informations complémentaires sur d'autres logiciels et d'autres usages des TIC (calcul formel, Internet...) dans le cadre de l'enseignement des mathématiques.

OUTILS DIDACTIQUES

FAIRE FAIRE DU TÂTONNEMENT EN COLLEGE SUR LE TABLEUR...

Christian BELLUT
Groupe maths Collège du CEPEC

Un bon nombre d'élèves de collège considèrent que tâtonner, c'est faire des Mathématiques au rabais. Plutôt que de se donner le droit de chercher en faisant des essais, ils attendent en toute circonstance que le professeur leur offre sur un plateau la méthode reconnue et infaillible qui va bien ! Si leur appétit pour la modélisation peut sembler tout à leur honneur, leur vision de la matière, quand il ne s'agit pas de paresse, n'en demeure pas moins assez restrictive. Pour leur défense, il faut bien reconnaître que le nombre de situations qu'ils ont rencontrées où il leur fallait tâtonner est vraisemblablement dérisoire face au nombre d'exercices d'application qu'ils ont pu faire.

Pourtant, certains professeurs estiment que faire faire des Mathématiques, c'est avant tout faire chercher. Et chercher, c'est rarement aller droit au but... mais plutôt s'en approcher par touches successives. Nous devons apprendre à nos élèves que, lorsque la modélisation (pour un niveau de classe donnée) n'est pas possible, ils ont toujours la possibilité et le droit, pour ne pas dire le devoir, de tâtonner... Tenter de placer l'élève au cœur de ses apprentissages, ce n'est sûrement pas lui interdire de faire des essais. Nous pourrions ainsi dire que le tâtonnement doit retrouver ses lettres de noblesse dans l'esprit de tous les élèves, puisqu'il permet toujours de donner plus de sens à la situation. Sans compter les liens étroits qui unissent tâtonnement et formules, algorithmes, fonctions, constructions de courbes point par point, infinité, valeurs approchées, etc.

Le tableur semble un outil privilégié en collège pour faire faire du tâtonnement en algèbre, car sa capacité de calcul dispense d'avoir à écrire sur le papier ou à programmer sur la calculatrice des calculs répétitifs ; de plus, il permet de conserver une trace nette des essais déjà réalisés et les rend ainsi mieux exploitables pour les essais suivants. Par ailleurs, l'enseignant qui fabrique un fichier de tâtonnement sur tableur peut facilement jouer sur divers paramètres de présentation pour aider à amorcer la recherche par des valeurs imposées, limiter le nombre d'essais, ajuster certains commentaires en fonctions des essais qui seront faits, etc.

Voici quelques exemples de fichiers fonctionnant sous Excel 97¹. Le classement suivant en 6 rubriques leurs donne une certaine coloration, mais reste assez arbitraire...

¹ L'auteur tient à la disposition des lecteurs les activités présentées ici. Faire la demande par messagerie à pratiques-math@cepec.org

1. Fichiers d'approche

Niveau 5° : A la poursuite d'un nombre non décimal...

A la poursuite de $4/7$

$4/7$ (quatre septièmes) n'est pas un nombre décimal !

En effet, la division de 4 par 7 ne se termine pas...

Cherche par tâtonnement une valeur approchée la plus précise possible...

Le tableur te dira si ton essai est meilleur que le précédent ou pas.

	valeur approchée	commentaire
Départ	0,5	0,5 est trop petit
Essai n° 1		
Essai n° 2		
Essai n° 3		
Essai n° 4		
Essai n° 5		
Essai n° 6		
Essai n° 7		
Essai n° 8		
Essai n° 9		
Essai n° 10		

Niveau 5° : Peut-on partager 10000 euros entre 3 personnes ?

A un jeu télévisé, après des semaines d'effort, une équipe de 2 joueurs a gagné 10 000 euros ! Enfin presque... Reste encore une dernière épreuve : se partager équitablement cette somme. Quelle sera donc la part de chacun ? L'inscrire dans le cadre vert ci-dessous.

L'année dernière, il s'agissait d'une équipe... de 3 joueurs.

Comment les 3 joueurs se sont-ils partagés équitablement cette somme de 10 000 euros ?

Répondre encore dans le cadre rose ci-dessous.

Niveau 3° : A la poursuite du nombre $\sqrt{7}$

A la poursuite de "racine carrée de 7"

"Racine carrée de 7 est le nombre positif qui a pour carré 7"

Cherche par tâtonnement une valeur approchée la plus précise possible...

Le tableur calculera automatiquement le carré du nombre proposé et te dira si ton essai est meilleur que tous les précédents ou non !

	nombre	carré du nombre	commentaire
Départ	3	9	3 est trop grand... car 9 est plus grand que 7...
Essai n° 1			
Essai n° 2			
Essai n° 3			
Essai n° 4			
Essai n° 5			
Essai n° 6			
Essai n° 7			

2. Fichiers d'exploration

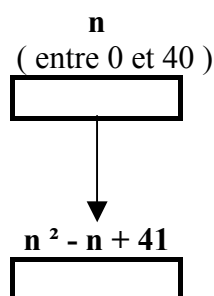
Niveau 3° : Euler et les contre-exemples...

Dans la formule $n^2 - n + 41$

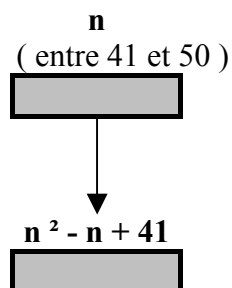
si on remplace la lettre n par n'importe quel entier positif,

obtient-on toujours un nombre qui n'a que 2 diviseurs (1 et lui-même) ?

1° Fais d'abord des tests en choisissant des entiers plus petits que 40
pour essayer de trouver au moins un contre-exemple...



2° Cherche maintenant des contre-exemples en choisissant des entiers entre 41 et 50



Combien as-tu trouvé de contre-exemples entre 41 à 50 ?

Niveau 3° : La fonction joue à cache-cache...

Une fonction affine f se cache dans ce fichier...

En donnant des valeurs au choix à la variable x ,

le tableur te calcule automatiquement les images $f(x)$...

A toi de découvrir la fonction et de donner la formule dans le cadre de réponse.

Mais tu n'es pas obligé de faire 10 essais !

x	$f(x)$

$$f(x) = \boxed{}$$

3. Fichiers algorithmiques**Niveau 3° : Calculer un Pgcd par soustractions...**

2277	1449	828	
1449	828	621	Calcul à continuer
828	621	207	Calcul à continuer
621	207	414	Calcul à continuer
414	207	207	Calcul à continuer
207	207	0	Calcul terminé, le PGCD est 207

Niveau 3° : Qu'est-ce que le nombre d'or ?

Le " nombre d'or " est la solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$

Ce nombre est connu depuis l'antiquité.

Il intervient dans la résolution de nombreux problèmes d'algèbre ou de géométrie.

Dire que $x^2 = x + 1$ avec $x > 0$, cela revient à dire que $x = \text{racine carrée}(x + 1)$

Pour approcher ce nombre, tu vas utiliser un algorithme.

Choisis une valeur positive de x pour démarrer...

Le tableur calculera automatiquement la racine carrée de $x + 1$...

Tu n'auras plus qu'à recopier cette valeur à la ligne suivante...

Et ainsi de suite...

départ >

x	racine carrée (x + 1)

4. Fichier de construction

Niveau 3° : Et voici un arc de courbe...

Construis une courbe point par point correspondant à la formule $y = x^2$

Pour cela, choisis des valeurs de x comprises entre - 4 et + 4 .

Le tableur calcule automatiquement x^2 et place le point correspondant sur le graphique...

Observe l'allure de la courbe...

x																		
x ²																		

+ graphique associé

5. Fichier de résolution

Niveau 4° : Comment donner du sens à une égalité...

Il s'agit maintenant de résoudre l'équation

$2,6 a - 7,95 = - 4,9 a + 20,7$ par tâtonnement.

Tu as droit à 10 essais, pas un de plus !
 A chaque fois que tu choisis une valeur pour a , le logiciel affiche automatiquement la valeur de $2,6 a - 7,95$ et la valeur de $- 4,9 a + 20,7$, ainsi que l'écart entre ces 2 nombres.

A toi d'observer et de bien choisir pour découvrir la solution de l'équation...

Ouvrages, revues

- **La Recherche** consacre un numéro son hors série N° 13 aux « Petits et grands nombres ». Il traite de la problématique suivante : « Comment la statistique peut-elle, à la fois, refléter le monde et contribuer à le créer ? » Il s'articule en trois chapitres : construire le réel ; évaluer les risques ; les catastrophes.
- La revue **Tangente** vient de publier deux numéros hors séries :
 N° 16 : Manuel d'option mathématique en 1^{ère} L et Terminale L
 Il s'agit à ce jour, du seul ouvrage traitant de cet enseignement (l'option étant devenue depuis la rentrée « Enseignement obligatoire au choix »).
 N° 17 : Probabilités, la science de l'aléa.
 Les différents concepts sont abordés de manière simple et très pédagogique.

Ces différents ouvrages constituent une source documentaire importante pour l'enseignant de mathématiques.

Robert DELAVEAU

Essai	a	$2,6 a - 7,95$	$- 4,9 a + 20,7$	Ecart
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

6. Fichiers pour démasquer

Niveau 4° : Trouver le nombre décimal k tel que $k^4 = 1,87388721$

Chercher par tâtonnement le nombre k tel que $k^4 = 1,87388721$

Le tableur fait automatiquement le calcul de la puissance à chaque essai.

	k	k^4
essai 1		
essai 2		
essai 3		
essai 4		
essai 5		
essai 6		
essai 7		

Niveau 4° : Trouver l'exposant n tel que $2^n = 8388608$

Chercher par tâtonnement l'entier n tel que $2^n = 8388608$

Le tableur fait automatiquement le calcul de la puissance à chaque essai.

	n	2^n
essai 1		
essai 2		
essai 3		
essai 4		
essai 5		
essai 6		
essai 7		

ETUDE DIDACTIQUE

SOCIALISATION DEMOCRATIQUE ET ENSEIGNEMENT DE L'IDEE DU VRAI EN MATHEMATIQUES

Dominique Marin
formatrice au CEPEC

Dominique MARIN, formatrice et membre du groupe de recherche Math-Collège du CEPEC a conduit des travaux personnels de recherche sur « l'idée du vrai en mathématiques ». Elle nous a à plusieurs reprises, dans PRATIQUES maths, fait bénéficier de divers états de ses travaux. L'article de ce numéro est le deuxième volet d'une étude présentée en trois parties.

2^{ème} volet : deuxième partie

La démarche spéculative que nous adoptons prendra une distance raisonnée avec les interprétations que nous avons régulièrement formulées (au cours de notre recherche) pour penser ce que nous nommons des registres d'émancipation à travers le traitement de la question du vrai dans l'enseignement.

1. Le registre d'absence d'émancipation

Il correspond à un enseignement des mathématiques uniquement soucieux d'instrumentaliser le vrai à travers la résolution de problème.

Tout comme G. Arzac déplore que « *le risque est grand de se précipiter sur ces problèmes d'enseignement [de la démonstration] en prenant pour argent comptant le statut de la démonstration dans l'enseignement c'est-à-dire le résultat de la transposition didactique, sans s'interroger sur son origine* »¹ nous dénonçons l'amalgame vrai / preuve risqué, résultat de la transposition didactique du vrai sans autre considération, d'ordre épistémologique par exemple.

Tout comme le suggère Arzac, les démonstrations qui expliquent (et qui ne prouvent pas seulement) doivent prendre le pas dans l'apprentissage, l'urgence de présenter dans l'enseignement un éclairage sur l'idée du vrai se fait tout aussi pressante.

L'idée du vrai ne peut être pleinement ce qu'elle est qu'à la condition d'être bornée et de trouver dans ses limites son accomplissement. La portée humaine et sociale des mathématiques et de leur enseignement s'éprouve d'abord au cœur de l'appropriation des savoirs et de la question du vrai en l'occurrence.

L'incapacité d'un enseignement figé sur l'instrumentation du vrai devient symptôme des errements didactico-pédagogiques en posant à tort l'existence d'une norme arbitraire qui brouillent les repères. Il n'y a pas lieu de se soumettre à cette métamorphose de l'idée du vrai qui risque d'infléchir l'enseignement des mathématiques du côté d'une science sans âme ni sens.

L'humanisme qui inspire la didactique à son origine ne peut être balayé par des dérives qu'elle engendre du fait même de ses principes, tant qu'elle songe à gommer la dimension de la personne. En cela, la manière de présenter l'idée du vrai ne doit pas être coupée de l'effort qui lui a donné naissance.

Chaussant les vieilles lunettes de l'obscurantisme, l'instrumentalisation de l'idée du vrai trahit la myopie de tous ceux qui espèrent dans le recours au dogmatisme, en broyant toute idée d'émancipation, car comme le déclare Kerlan « *quel pédagogue s'inquiète aujourd'hui ouvertement de la dimension morale ou éthique des apprentissages en sciences ? Mais cette indifférence avoue une incapacité. Un enseignement des sciences sourd à sa dimension morale quand la société tout entière s'inquiète des conséquences éthiques du développement des*

¹ ARSAC G. - *Recherches en didactique des mathématiques* - Volume 9/3. 1990. p.249

sciences n'est pas loin d'avoir renoncé à sa vocation proprement éducative »².

2. Le registre de l'émergence d'émancipation

Renversement de la logique de résolution par la prise en compte de la problématisation de l'idée du vrai.

Nous le répétons, dans un contexte social qui fait de la parole l'instrument et le fondement du pouvoir, où le discours éprouve sa puissance de conviction dans l'usage de ses règles, l'idée du vrai tient en otage aussi bien la rationalité que la démocratie. La rationalité d'abord, puisque l'idée du vrai s'inscrit au sein des mathématiques, science démonstrative par excellence. Et la démocratie aussi, puisque l'idée du vrai vise l'idéal d'élever chacun au-dessus de lui-même pour participer à l'émergence de son émancipation.

Mesuré à l'aune de la notion d'émancipation, la prise en compte de l'idée du vrai sous l'angle de la problématisation dessine une autre gradation dans l'intérêt que l'on veut retirer de son traitement. La préoccupation de la figure utilitaire de cette problématisation traduit la volonté d'effectuer une reprise éducative (dimension intellectuelle) et fondatrice de la personne (dimension humaine).

De même que le raisonnement scientifique en général forge des procédures intellectuelles, l'enseignement de l'idée du vrai en mathématique renoue avec cette ambition certes, et remplit l'office de donner de l'élan à l'esprit pour de nouvelles conquêtes. L'idée du vrai, parce qu'elle est œuvre humaine inculque que quels que soient les principes logiques dont se dote une science, cette dernière n'épuise pas la réalité.

Il ne s'agit pas de défendre une conception érudite de l'idée du vrai qui se détournerait de l'aspect utilitaire pour ne satisfaire que des fins spéculatives. La problématisation du vrai n'aboutit pas à délimiter des savoirs qui n'auraient d'autre fin qu'eux-mêmes. L'enseignement qui prend en charge cette question là n'ignore pas le champ de référence dans lequel il s'inscrit, mais se détourne de l'obligation de présenter des « vérités » ex cathedra découlant de l'imposition à l'entraînement intensif à la résolution de problème, sous l'angle de l'exclusive.

² KERLAN A. - *La science n'éduquera pas. Comte, Durkheim, le modèle introuvable* - Edition Peter Lang. 1998. p. 141.

L'entrée de la problématisation du vrai entretient quelque proximité avec un précepte cher à Durkheim, érigeant un lien entre la pensée et l'agir. En cela la problématisation de l'idée du vrai fait œuvre d'émergence d'émancipation intellectuelle en élargissant l'ambition rationaliste.

Dans un autre ordre, la portée émancipatrice de la problématisation de la question du vrai s'éprouve au cœur de son enseignement et de l'appropriation des savoirs qu'elle entend dispenser pour servir une pensée contre soi, voire contre l'obscurantisme en soi. La question du vrai dans sa problématisation donne la mesure des torsions qu'elle imprime à la logique de la résolution systématique, symptôme manifeste des errements didactico-pédagogique contemporains. L'idée du vrai se conquiert et se construit. En cela, l'enseignement de l'idée du vrai fait œuvre d'émergence d'émancipation humaine car « *l'accès à la pensée rationnelle est en lui-même une socialisation complète et par là une libération [...] il convient de le répéter : c'est dans la méthode d'élaboration du savoir que réside la socialisation éventuelle et non dans la possession d'un savoir scientifique présenté tout élaboré* ».³

Si l'on peut convenir de la pertinence de l'adage « c'est en forgeant que l'on devient forgeron » encore faut-il admettre qu'un bon forgeron ne se reconnaît pas à la dextérité qu'il a d'appliquer des chaînes de procédures chronologiques.

Un bon forgeron manifeste son art dans la manière de se poser les bonnes questions afin d'y apporter les bonnes réponses. En réalité, comme le soutient Durkheim, si « *l'esprit prend la forme des choses qu'il pense, pour qu'il s'élargisse, il faut qu'il soit en face d'une ample et riche matière et qu'il sente le besoin de s'en saisir* ».⁴ L'entraînement à la rédaction de la preuve n'est qu'un vêtement extérieur étriqué qui habille un enseignement indifférent à la dimension de l'idée du vrai qu'il véhicule. La preuve est à l'idée du vrai ce que la grammaire est à la langue. Quand on réduit l'esprit à ne penser la preuve que dans son achèvement, on ne lui permet pas de se confronter à cette riche matière, on ne lui permet pas de penser les choses auxquelles on le forme.

³ LEGRAND L. DEVELAY M. KERLAN A. FAVEY E. - *Quelle école voulons-nous ? - Dialogue avec la Ligue de l'enseignement*. Edition ESF. 2001 p.14.

⁴ DURKHEIM - *L'évolution pédagogique en France - 2^{ème} Edition*. Edition PUF. 1969 p.315 cité par Kerlan in - *La science n'éduquera pas* opus cit p.153.

Pire, l'on peut se demander à quel point cette manière de concevoir l'idée du vrai n'alimente pas « *les résistances de l'enfant à cet enseignement [qui] viennent de l'incompréhension du modèle technique que nous voulons lui imposer, il résiste à la norme de fabrication dont nous voulons l'estampiller* ». ⁵ Même si le champ d'application des propos de l'auteur n'est pas le même que le nôtre la prépondérance de telles attitudes dans le champ des mathématiques conduit à reconnaître le vice fondamental d'une pensée dogmatique en regard de l'idée du vrai. En cela la problématisation de la question du vrai révisé les jugements en matière d'éducation à la pensée scientifique en ouvrant sur la tentative de ne pas entériner l'idée du vrai en soi. En débarrassant de sa gangue le noyau riche de la question du vrai, la problématisation restituée à l'élève les moyens d'exercer sa pensée critique menacé par des schémas archaïques fondé sur la logique et la rigueur.

Mais si la problématisation du vrai relève le défi de marquer une rupture face au curriculum prescrit par l'institution, elle n'en est pas moins atrophiée dans ses ambitions. Associée qu'elle est à un morcellement de savoirs parcellaires et parfois disjoints au sein même de l'enseignement des mathématiques. Et le nouveau défi est de « *penser l'enseignement d'une part à partir de la considération des effets de plus en plus graves de la compartimentation des savoirs et de l'incapacité de les articuler les uns aux autres, d'autre part à partir de la considération que l'aptitude à contextualiser et à intégrer est une qualité fondamentale de l'esprit humain qu'il s'agit de développer [...]* ». ⁶

3. Vers le registre d'émancipation

Par delà la problématisation, la dimension culturelle de la question du vrai dans un enseignement des mathématiques.

La notion de connaissance pertinente relative à l'idée du vrai procéderait de son degré d'organisation, de sa mise en relation avec la preuve, et de sa capacité informative au sein des

mathématiques. La pertinence devient le meilleur auxiliaire de la raison pour assurer la plénitude au mouvement de la connaissance. De connaissance figée et ligotée, l'idée du vrai éveillerait à d'autres horizons qui ne seraient plus gouvernés par le caractère sacré que développe un enseignement des mathématiques rivé sur le rituel de la preuve. Ainsi la connaissance pertinente désentrave-t-elle la pensée pour libérer l'homme.

Mais décréter que les savoirs sont formateurs fait valoir d'emblée que l'on assimile instruction scientifique et culture scientifique dans ses deux dimensions anthropologique et patrimoniale. ⁷ Il convient alors d'exclure la réduction de l'idée du vrai à sa visée utilitariste. Il convient aussi de comprendre le retentissement de l'idée du vrai sous l'angle du sens que cela déclenche en chacun pour impulser un mouvement vers la logique des savoirs car il est grand temps comme le clame Kerlan de s'efforcer « *de combler le décalage entre la réalité vivante et prosaïque des sciences et leur image publique ; en restituant à la pensée scientifique sa vraie dimension d'aventure, de spéculation, de tâtonnement, de risque intellectuel ; en favorisant la réappropriation critique de la rationalité scientifique* ». ⁸

Donc, glissement de savoirs parcellaires vers la dimension culturelle du savoir car ce qui touche au cognitif empiète sur notre for intérieur en sorte que le devoir de celui qui enseigne ne se referme pas sur des injonctions programmatiques sclérosantes. Il est hors de doute que la question du vrai trouve là en partie l'origine de sa dénaturation. L'essor culturel qui doit accompagner l'enseignement des mathématiques en particulier interdit que l'on accepte l'arbitraire des programmes sans en envisager les nécessaires déconstructions.

Plus, il inflige à la pensée de ne pas ignorer les aspirations que font naître par exemple, « *les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur* » ⁹ définis par Morin. Le dessein de sortir d'une centration forte sur les contenus coutumiers, pour échapper aux normes et aux rituels du fonctionnement disciplinaire porte l'exigence d'inscrire du sens, au

⁵ CAUMEIL J.C. - *Contribution à une épistémologie de l'éducation physique et sportive - Du savoir de l'activité motrice aux éléments d'une pédagogie du sens* - Thèse de doctorat en Sciences de l'éducation. Université Lyon II. 2000. p.66.

⁶ MORIN E. *La tête bien faite - Repenser la réforme réformer la pensée* - Edition du Seuil. 1999. p.16.

⁷ DEVELAY M. KERLAN A. LEGRAND L.FAVEY E. opus cit. p.100

⁸ KERLAN A. Ibidem p. 44.

⁹ Nous les rappelons : les cécités de la connaissance ; les principes d'une connaissance pertinente ; la condition humaine ; l'identité terrienne ; affronter les incertitudes ; la compréhension ; l'éthique du genre humain.

sein même de l'enseignement des mathématiques (sans omettre une visée interdisciplinaire) selon les deux dimensions anthropologique et patrimoniale en ré-interrogeant la conception actuelle des programmes de collège.¹⁰

Il faut envisager un enseignement qui refuse de véhiculer des dogmes au moment même où l'inconnaissable et l'indécidable sont au cœur de la pensée scientifique. Si l'idée du vrai s'identifie en premier lieu dans cette fonction de déterminer des normes, de fixer, de régulariser des conduites alors on comprend mieux le goût amer qu'elle peut susciter. La place stratégique que peut occuper l'enseignement de l'idée du vrai dans un dispositif de formation avertit qu'au lieu de refermer la question du vrai sur un durcissement de la pensée à trancher il faut lui adjoindre la formation à une « logique de l'étrange ».¹¹ Etrangeté logique qui s'enracine jusque dans l'existence d'un ordre au

sein du chaos poussant l'exigence rationnelle dans ses derniers retranchements.

Le paradoxe de l'enseignement de l'idée du vrai n'est-il pas de s'interdire d'emblée cette perspective de l'indécidable ? Et pourtant si la logique¹² ne confère pas son existence à l'idée du vrai elle prescrit de se soucier des conditions du vrai. On perçoit bien que le projet d'user de la question du vrai pour la conforter dans son association étroite avec la preuve conduit à l'hypostase de la pensée et perd de son pouvoir d'émancipation car il faut le redire à la suite de M. Develay, « *l'émancipation par le savoir ne peut advenir de sa simple exposition mais exige la construction d'une relation dynamique, critique, significative, personnelle entre l'élève et sa singularité, et le savoir et son universalité* ».¹³

Les publications du CEPEC

A paraître prochainement...

Pratiques-Math Spécial

Mathématiques, Interdisciplinarité et IDD

¹⁰ Projet de recherche dans lequel le groupe mathématique du CEPEC s'est engagé pour les quatre ans à venir.

¹¹ GUITON J. BOGDANOV I. BODNANOV G. - *Dieu et la science* - Edition Grasset - 1991.

¹² Pris dans le sens de « l'étude des conditions de la vérité » selon CUVILLIER A. - *Manuel de philosophie - Logique - Morale* - Tome II. Edition A. Colin. 1937. p.6.

¹³ DEVELAY M. KERLAN A. LEGRAND L. FAVEY E. in opus cit p.108.

Pratiques Math : Un bulletin pour enseignants de maths qui ne parle pas que de maths !

Abonnement sur année scolaire : *Un numéro par trimestre scolaire*

Un bulletin qui aborde des aspects relatifs à l'enseignement des mathématiques, depuis les obstacles à la compréhension ou à la maîtrise jusqu'aux problèmes de motivation et d'attitude, en passant par les difficultés de formation et de travail en équipe des enseignants eux-mêmes.

Sous forme de propositions concrètes, d'études ou de réflexions, Pratiques MATH a pour ambition d'aider les enseignants à sortir de la répétition en renouvelant leurs pratiques.

11 numéros spéciaux disponibles séparément	
1. Prendre en compte l'évaluation de Sixième	7. Mathématiques en quatrième AES
2. Evaluer avec des Q.C.M.	8. Lire des mathématiques
3. Que donner comme devoirs à la maison ?	9. Quelles statistiques pour le collège ?
4. Articles pédagogiques	10. Liaison terminale / post-bac
5. Prendre en compte l'évaluation en Seconde	11. La calculatrice en classes de collège
6. Des situations-problèmes pour la classe	

Conditions d'abonnement pour trois numéros ordinaires : France et DOM-TOM¹ : 16 Euros
Etranger² : 20 Euros

Les numéros 13 à 36 sont disponibles à 16 Euros les trois numéros.

Adresse d'expédition (très lisible SVP)

NOM Prénom :	
Adresse :	
Code postal, Ville :	
Tél : Fax : e-mail :	
ancien abonné <input type="checkbox"/>	nouvel abonné <input type="checkbox"/>
Vous enseignez en : Primaire <input type="checkbox"/> Collège <input type="checkbox"/> Lycée <input type="checkbox"/>	

Souscrit abonnement(s), soit Euros

Commande, de plus, les anciens n° ordinaires :

N° à 16 Euros les 3, soit Euros

Commande les N° spéciaux :

non abonnés : x 9 Euros = Euros

abonnés : x 7,5 Euros = Euros

Soit un montant total de Euros

Mode de paiement joint :

A retourner à **PRATIQUES MATHS - CEPEC - 14 voie Romaine - 69290 LYON**

1- Tout mode de paiement

2- Paiement par virement CCP 5030 38 D Lyon ou par Mandat

**Abonnement
2003 - 2004**

PRATIQUES MATHS

Sommaire

Numéro 41 – Novembre 2003

Editorial

Qu'apprendre en mathématiques en collège ? 3

Outils pour classe

Savoirs-faire de fin de troisième..... 4

Interdisciplinarité

Mathématiques et anglais..... 16

TIC

TIC et mathématiques au lycée, quelques points de repère..... 18

Outils didactiques

Faire faire du tâtonnement en collège sur le tableur..... 29

Histoire des mathématiques

Socialisation démocratique et enseignement de l'idée du vrai en mathématiques 35