

45

Sommaire page 42

Socle Commun

Evaluer par
compétence et par
palier de maîtrise

Organiser
des oraux

Différentiation de l'évaluation

Numéro

45

ISSN 1260-6324

Mars 2006

Lire en mathématiques

Le jeu pour apprendre...

Pratiques MATH

PRATIQUES Math

Bulletin des groupes de recherche Math-
collège, Math-lycée et Primaire du CEPEC

14 voie Romaine • 69290 CRAPONNE

Tél : 04 78 44 61 61 • Fax : 04 78 44 63 42

e-mail : publications@cepec.org

Site Internet : www.cepec.org

DIRECTEUR DE LA PUBLICATION

CHARLES DELORME

RESPONSABLES DU COMITE DE REDACTION

ALFRED BARTOLUCCI

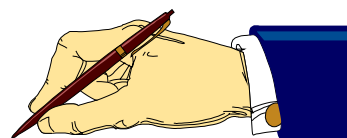
PHILIPPE MOUNIER

XAVIER DE BEAUCHENE

MAQUETTE

LAURENT CHAMPREDONDE

ISSN 1260-6324

EDITORIAL**Hardi les gars !**

 Alfred BARTOLUCCI

Voilà le numéro 45 de PRATIQUES Maths. En cette période un peu morose, nous espérons que les divers articles toujours articulés avec nos pratiques de formation des jeunes, susciteront ou renforceront, ici et là des pistes stimulantes pour renouveler ou renforcer les approches de la diversité des problèmes qui se posent.

En plus des activités habituelles pour la classe nous proposons deux articles qui sont au cœur de la problématique du socle commun et de la différenciation de l'évaluation et des parcours des élèves.

Le premier concerne les *paliers de compétences*, que l'on pourrait définir à partir de compétences stabilisées en mathématiques mais aussi dans d'autres matières. Un référent en paliers de compétences permettrait d'une part de mieux cerner ce que sait effectivement faire l'élève à un moment donné et l'aider à travailler au palier suivant plutôt que renvoyer un niveau plus ou moins flou (la moyenne !).

Le deuxième article traite de la thématique de recherche du groupe maths collège sur l'entrée du socle commun et propose de se donner des *axes de formation à travailler au travers des divers chapitres de contenus du programme*. Cette approche pourrait également se travailler dans d'autres domaines que les mathématiques et pourrait constituer un profil transversal de

formation : A noter qu'en terme d'entrée pour un socle commun cela nous paraît plus pertinent qu'une entrée par « contenus ».

Il y a là, nous semble-t-il de quoi engager en équipe de professeurs de mathématiques d'un même établissement mais aussi en équipe pluridisciplinaire sur un même niveau des chantiers de réalisations concrètes et qui pourraient être porteurs d'évolutions positives. Autant dire, que nous sommes vivement intéressés par les diverses expériences engagées en ce sens ou qui pourraient l'être. Il est même possible d'envisager des modalités d'accompagnement par des formateurs du CEPEC.

Comme vous pouvez le constater, nous nous efforçons de donner à PRATIQUES Math un rythme plus régulier que les mois passés. N'hésitez pas à nous faire des retours ou des propositions pour la revue. *Les interactions dans nos diverses rencontres en formation et vos courriers nous sont indispensables pour concevoir les propositions à venir.*

N'hésitez pas à faire connaître notre revue autour de vous. Merci pour votre fidélité et votre confiance.

Bonne lecture.

PRATIQUES D'ÉVALUATIONS

Évaluer par compétences et par paliers de maîtrise

Alfred BARTOLUCCI

L'accueil réservé à l'ouvrage « La constante macabre » d'André ANTIBI, montre, s'il en était besoin, que la question de l'évaluation se pose avec une forte acuité. Celui-ci souligne de façon simple et frappante divers travers de nos pratiques d'évaluation, de la construction des épreuves à la communication des résultats. Quel que soit le niveau des élèves, il y a toujours dans un contrôle qui se respecte un certain nombre d'élèves qui n'auront pas la « moyenne ! ». Même si ce problème dit de « La constante macabre » était résolu, demeurerait un autre problème : Celui de dire au-delà de la note, ce que savent faire les élèves !

Dans cet article nous proposons un cadre qui pourrait *aider une équipe par cycle ou par discipline à mieux identifier ce que « savent effectivement faire » les élèves et ce quel que soit leur niveau de réussite*. Nous terminons notre proposition par une illustration pour la classe de Quatrième en mathématiques,

A. Dire ce que savent effectivement faire les élèves

1. Ce qu'évaluer veut dire

Une première ambiguïté réside dans le fait que la représentation que se fait chaque individu sur l'évaluation scolaire et ses attentes naturelles sur ses fonctions, sont influencées par :

- **une diversité de conceptions souvent implicites** : C'est quoi un bon élève ? A quoi sert l'école ? C'est quoi réussir ? Qu'est-ce qu'apprendre ? Qu'est ce que savoir ? ...
- **une variété de systèmes de valeurs** : Si chacun est d'accord pour former des jeunes autonomes, responsables, ayant le sens de l'effort, portés à relever des défis et ouverts à l'autre, de nombreuses divergences existent quant aux valeurs fondant les actions pédagogiques qui doivent y conduire (regard à porter sur l'élève, place de l'élèves, nature et place des exigences de savoir, regard et prise en compte « de la difficulté » et de l'erreur, modalité de valorisation de l'excellence, limites qu'on se donne pour différencier les parcours....).

Ces influences sont de plus marquées par des coutumes d'exigences qui se sont forgées dans chaque discipline souvent évoquées mais rarement explicitées et justifiées. En fin de compte, si on invite souvent l'évaluation dans le discours sur les pratiques de classe et en particulier si en termes d'évaluation formative des évolutions marquantes se sont produites, on a toujours du mal à se donner sur un niveau, sur un cycle ou sur un établissement des éléments de cohérence qui permettraient de qualifier ce que maîtrise un élève en fin de formation.

Rappelons les différentes fonctions que l'on peut attendre de l'évaluation pédagogique:

- Dire ce que ça vaut, dire où se situe l'élève, dire l'écart de ce que l'élève peut traiter par rapport à la norme.
- Dire pour une situation donnée ce que sait faire l'élève, ce qui est réussi, dire jusqu'où il sait faire, dire les conditions dans lesquelles il sait faire.
- Dire pour une situation à maîtriser ce qui est à améliorer, identifier les obstacles à franchir, rendre explicites les démarches suivies, aider au choix de buts personnalisés pour des échéances discutées.

2. L'entrée en scène des compétences

Depuis plus de vingt ans, au CEPEC, divers groupes dans une variété de didactiques ont travaillé à finaliser la formation dans un domaine en termes de compétences. Une compétence, selon Pierre Gillet, se définit comme un système de connaissances, conceptuelles et procédurales, organisées en schéma opératoire et qui permettent, à l'intérieur d'une famille de situations, l'identification d'une tâche problème et sa résolution par une action efficace. Dans l'ouvrage collectif sous la direction de Pierre Gillet, « Construire la formation » aux éditions ESF (1991) une méthode assez générale de construction d'un plan de formation pouvant s'appliquer à toutes les disciplines est présentée.

Nous renvoyons à l'ouvrage pour l'ensemble de la démarche. Ici, nous voulons aborder la question de la définition d'un référent en terme de compétences qui autorise la reconnaissance et la valorisation, pour une compétence donnée, de la maîtrise de seuils de compétence en référence à des paliers pré définis.

Dans une discipline donnée et dans une classe précise la réponse aux questions suivante est essentielle :

- Que développer chez nos élèves ?
- Comment s'assurer de ce savent faire effectivement nos élèves ?

3. Expliciter le référentiel de formation

Si le projet éducatif assure une fonction fédérative, au nom de valeurs partagées à propos du type de jeune que l'on veut former, dans chaque domaine de formation on se doit de sélectionner les compétences sur lesquelles se fondera la formation.

Pour un domaine de formation nous proposons une démarche possible pour engager cette sélection :

- ◆ Réaliser un inventaire des activités significatives que les élèves devraient maîtriser dans le domaine à un niveau de classe donné. Le caractère significatif renvoie à ce qui est attendu en terme de maîtrise par un élève de la classe, au fait que ces activités articulent un nombre conséquent de savoirs et de savoir-faire du programme mais aussi que leur traitement met en jeu un ensemble de capacités et d'attitudes et donc contribue à leur développement chez les formés.
- ◆ Rassembler ces activités par familles : chaque famille ayant une unité de démarche globale même si ces activités peuvent être de formes différentes. Une famille de telles activités est définie par le fait qu'elles engagent le même schéma global d'action : c'est ce que nous appellerons compétence. Ainsi une compétence est définie par un schéma global d'action articulant un ensemble de savoirs, de savoir-faire mais aussi diverses habiletés cognitives, psychomotrices et affectives.
- ◆ S'assurer qu'au travers des compétences sélectionnées on traite bien tous les éléments inscrits dans les programmes officiels. Pour cela il s'agit de repérer dans chaque « compétence » sélectionnée les « exigibles » des programmes qui sont impliquées dans les

activités attachées à la « compétence » et éventuellement de reprendre certaines formulations.

- Pour chacune des compétences stabilisées, envisager des situations d'évaluation « sommative ». Sur cette base, formuler des indicateurs de réussite (indices observables qui font dire que l'élève est compétent) et définir des paliers de « maîtrise ».

4. Définir des paliers de compétence

Pour une compétence donnée, les divers paliers donnent un aperçu de ce que pourrait être le processus de développement de la compétence : cohérence dans l'enchaînement des paliers en terme de savoirs, de difficultés et d'exigences. Chaque palier prend en compte un degré de difficulté, de complexité mais les divers paliers ne décomposent pas la démarche de traitement attachée à une compétence : chaque palier «reste» une compétence avec son caractère global et complexe.

Ajustés en fonction d'élèves réels, ils permettent aussi de sortir du classique « acquis – en voie d'acquisition – non acquis » pour reconnaître et valoriser un seuil de maîtrise. S'il en faut plusieurs pour positionner l'ensemble des élèves d'une classe, il n'en faut pas trop pour ne pas s'y perdre. Leur formulation doit être accessible à chaque élève afin qu'il puisse s'en servir pour se positionner.

5. Principes pour travailler une compétence prioritaire :

- a. Communiquer aux élèves le projet d'année par compétences (enjeux et objectifs) : il est important que dès le début d'année de formation les élèves se donnent une visibilité sur ces compétences.
- b. A différents moments de la progression choisir une situation d'entrée référée à une compétence et étant relativement à la portée des élèves. Le traitement de situations d'entrée constitue une situation d'évaluation diagnostic permettant :
 - ✓ aux élèves de progresser dans la représentation globale des tâches référées à la compétence.
 - ✓ de hiérarchiser les objectifs d'apprentissage qui suivront dans les temps d'activités de la séquence et qui aideront les élèves à progresser dans la maîtrise de la compétence.
 - ✓ de poser des hypothèses de besoins éventuels renvoyant à des séances d'activités différenciées.
- c. Vivre des situations variées de formation à chaque compétence. Amener à certains moments les élèves à se distancier par rapport à ce qui se passe dans les situations vécues. Par exemple après une situation traitée seul ou en groupe, organiser un temps de débat dans la classe sur la démarche suivie, les obstacles rencontrés. Ce temps est propice à ce que progressivement les élèves construisent des outils d'analyse de leur travail et qu'ils s'en servent pour se positionner.

6. Reconnaissance et valorisation

La reconnaissance des réussites de chaque élève se fait à divers moments et en fonction de situations particulières, par l'élève lui-même, avec la régulation d'un petit groupe de pairs ou la médiation de l'enseignant :

- Dès le début d'une unité de formation (situation d'entrée).
- En cours d'activités dans une séquence sans intention a priori de procéder à une telle reconnaissance.
- Dans le cadre d'une « mise à l'épreuve » choisie par le formé, à un moment anticipé par l'enseignant ou le formé.

- En fin d'unité dans le cadre d'une sélection des réussites significatives (positionnement / référent)

Ces reconnaissances de réussites peuvent être valorisées (après amélioration éventuelle) en étant regroupés dans une chemise des réussites par compétence. Certains travaux peuvent être renvoyés à des améliorations ultérieures : « **Défis** ». Pour certains travaux (productions orales...) ce n'est pas la production qui est placée dans la chemise des réussites mais une attestation de réussite qui décrit la tâche et caractérise la réussite. La reconnaissance des réussites se fait sur la base d'indicateurs plus ou moins explicites (en fonction du moment où on se trouve dans la progression des apprentissages mais également en référence à un palier de compétence).

7. Validation de la formation

A divers moments de la formation, pour une compétence, on place les élèves en situation de qualifier leur réussite sur la compétence : ici le positionnement se fait sur la base d'indicateurs de réussite et de paliers « stabilisés » pour les élèves. Sur cette base, l'enseignant valide et atteste un état de compétence : formulation qualifiant le seuil de maîtrise manifesté par l'élève sur un palier de compétence sur la base de différents travaux.

B. Une illustration en mathématiques (classe de Quatrième)

1. Quelles compétences mathématiques en quatrième ?

Pour répondre à cette question nous avons inventorié les problèmes qui donnent du sens aux mathématiques en quatrième et qui intègrent des apprentissages significatifs en regard des savoirs et savoir-faire mais aussi des exigences « normales ». Par problème, nous entendons activité globale, ayant un caractère adapté de familiarité pour l'élève qui lui permet de l'appréhender mais à une seule question donc nécessitant pour l'élève une exploration pour concevoir un schéma de traitement à plusieurs étapes.

Sur la base de cet inventaire de problèmes que les élèves devraient être en mesure de résoudre en fin de quatrième nous avons regroupé ces problèmes en quatre grandes familles :

- **Problèmes de planification de calculs numériques ou / et algébriques** à une seule question et à plusieurs étapes.
Dans ce type de problème il s'agit globalement d'enchaîner une suite de calculs, certains pouvant être de nature algébrique (équation ou transformation d'écriture) pour en fin de compte produire une réponse numérique. Ainsi, il s'agit de repérer, sélectionner et traduire les données utiles, identifier les opérations à faire et les règles ou propriétés à utiliser, envisager l'organisation de diverses étapes de calculs et de les réaliser en contrôlant l'algorithme en jeu et le résultat obtenu et finalement rédiger l'ensemble de la démarche suivie et le résultat obtenu non sans contrôler sa vraisemblance par rapport au contexte donné.
- **Problèmes de construction et contrôle d'un enchaînement déductif** à une seule question et à plusieurs étapes.
Dans ce type problème il s'agit d'organiser à partir d'informations connues et à partir de propriétés indiscutables un ensemble de chaînons déductifs qui aboutissent à une conclusion à démontrer. Ainsi, il s'agit de trier et de classer les informations données, d'en traduire

d'autres pour avoir un schéma général des informations sur lesquelles on peut prendre appui. Il s'agit à partir de cet ensemble d'explorer les propriétés que l'on pourrait utiliser à différentes étapes de l'enchaînement. Ensuite il s'agit de poser la première étape et de construire les étapes suivantes. Le travail se termine par une rédaction des divers chaînons en contrôlant la validité de leur construction, celle des articulations entre chaînons et la cohérence de la conclusion avec la question posée.

- **Problèmes de sélection et retraitement de données** pour répondre à une demande à partir de données fournies sous diverses formes (tableau, graphique, extension...). Dans ce type de problème il s'agit d'exploiter des données en les sélectionnant, transformant leur mise en forme pour répondre à une question dont la réponse n'apparaît pas sous la forme donnée. Il s'agit de reformuler la demande en liant le contexte, les données, ce qu'on peut faire, de sélectionner, trier, classer ou mettre en ordre certaines données, choisir des mises en forme adaptées au traitement de la demande telle qu'on se la représente, de traduire une représentation en une autre (tableaux, graphiques...) plus « parlante » et / ou de mobiliser des calculs adaptés (proportionnalité, statistiques...), d'organiser les étapes du traitement et de les mettre en œuvre pour enfin organiser et rédiger les éléments de réponse par rapport à la demande faite (la rédaction finale faisant apparaître la démarche suivie et la réponse à la question posée).
- **Problèmes de construction d'une figure complexe** (plusieurs étapes) aux instruments de dessin (infos données par une figure à main levée et / ou du texte) Dans ce type de problème, il s'agit d'envisager une suite d'étapes de constructions qui permettent d'obtenir une figure donnée. Il s'agit d'identifier les figures simples et les propriétés qui interviennent dans les étapes du tracé, de traduire certaines informations à partir de propriétés pour avoir des éléments géométriques de la figure globale à construire. Ces éléments étant définis, il s'agit d'identifier un démarrage possible du tracé, d'envisager une mise en étapes de la construction et de la réaliser en étant vigilant à sa justesse géométrique et à la précision des tracés.

Chacune des quatre familles de problèmes détermine une compétence, qui référée aux contenus des programmes de quatrième et à des élèves particuliers permet de définir des indicateurs observables de compétence mais aussi des paliers pour une différenciation des réussites.

2. Pour une compétence donnée comment définir des paliers de maîtrise ?

Nous présentons une approche de cette question pour la compétence «Problèmes de planification de calculs numériques ou / et algébriques à une seule question et à plusieurs étapes ».

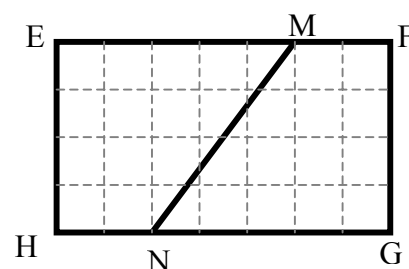
On s'est donné une série de problèmes à une seule question, dont le but est de « produire » par enchaînement d'étapes de calculs numériques ou algébriques une réponse numérique. Certains paraissent renvoyer à un traitement sans difficulté et pourtant, si on les propose à des élèves de fin de collège, la réussite n'est pas assurée : les élèves maîtrisent souvent un ensemble d'algorithmes de traitement mais ne savent pas les mobiliser dans un schéma global de traitement. Cela montre, s'il en était besoin, qu'une formation qui prend comme orientation la maîtrise de compétences mathématiques chacune renvoyant à un schéma global de traitement, devrait améliorer le profil de formation. D'autres renvoient à des activités d'applications classiques mais que l'on ne donnerait à résoudre à des élèves de quatrième qu'avec des questions intermédiaires. D'autres enfin, présente une réelle difficulté stratégique de résolution.

Problèmes :

1. J'achète 3 paquets de copies simples à 1,80 € le paquet et j'achète aussi 2 paquets de copies doubles à 2,40 € le paquet. Quelle somme va me rendre le marchand si je paie avec un billet de 20 € ?
2. Un champ rectangulaire de 111 m de long a une largeur égale aux $\frac{2}{3}$ de la longueur. Quel est le périmètre de ce champ ?

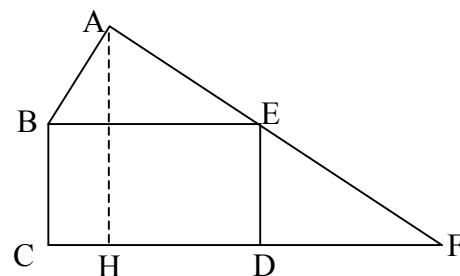
3. RST est un triangle rectangle en R. $ST = 39$ cm ; $\hat{T} = 38^\circ$ Calculer le périmètre du triangle RST ?

4. J'achète 1,6 kg de pêches à 1,80 € le kg, 9 œufs à 1,80 € la douzaine et 400 g de gruyère. Je paye 7,83 €. Quel est le prix au kg du gruyère ?



5. Un champ rectangulaire a sa largeur égale aux $\frac{2}{3}$ de sa longueur. Son périmètre est de 200 m. Quelle est son aire ?
6. EFGH est un rectangle de dimensions 7 sur 4. [MN] partage ce rectangle en 2 figures dont les dimensions sont définies par le quadrillage. Quel est le périmètre de la figure EMNH ?

7. Mon père m'a acheté une bicyclette neuve et s'en est acheté une pour lui. La sienne est un modèle moins perfectionné et coûte 30,18 € de moins que le mien. Sachant qu'il a payé 2439,40 € pour les deux vélos, quel est le prix de mon vélo ?



8. La vue de face d'un hangar est représentée par le schéma ci-contre. BCDE est un rectangle, BAE est un triangle rectangle en A, (AH) est la hauteur issue de A du triangle ABE. Les points A, E et F sont alignés ainsi que les points C, H, D et F. On donne (l'unité étant le mètre) : $AB = BC = 6$; $EB = 10$; $AF = 18$. Calculer la hauteur AH du hangar.

9. Une pyramide de 9 cm de hauteur a pour base un triangle rectangle et isocèle de 10 cm d'hypoténuse. Quelle est la valeur exacte de son volume en décilitres ?
10. On achète 1800 grammes d'un rôti de bœuf à 10,26 € le kilogramme. Ce rôti sera servi à 12 personnes. Quels est le prix d'une part ?
11. M. Dupond coiffeur veut rénover son atelier. Son architecte a prévu une dépense totale de 23784 €. L'entreprise RENOV lui propose de faire les travaux pour 22259 €, l'entreprise MAGASIN CHIC offre une réduction de 7 % sur le prix prévu par l'architecte. Quelle entreprise devrait emporter le marché ?
12. Un fleuriste propose à ses clients un bouquet de cinq roses, quatre iris et six tulipes : le prix est de 35 €. Le prix d'un iris est la moitié du prix d'une rose. Le prix d'une tulipe est le triple du prix d'une rose. Quel est le prix d'un bouquet comportant trois roses et un iris ?

De cette liste que nous limitons ici pour une question de place nous avons défini cinq paliers de complexité.

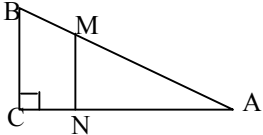
Paliers de compétences :

1. Les problèmes n'impliquant que des savoirs anciens courants en situation familière (1, 7 et 10 de la liste précédente).
2. Résoudre un problème impliquant des savoirs anciens et nouveaux en situation familière (4 et 11 de la liste précédente).
3. Résoudre un problème n'impliquant que des savoirs anciens mais en situation nécessitant une adaptation de la démarche ou une maîtrise approfondie des savoirs (2 et 5 de la liste précédente).
4. Résoudre un problème impliquant des savoirs anciens et nouveaux en situation nécessitant une adaptation de la démarche ou une maîtrise approfondie des savoirs (3, 6 et 8 de la liste précédente).
5. Résoudre un problème nécessitant une exploration de possibles et impliquant une rupture avec ce que la situation donnée pousserait naturellement à faire (9 et 12 de la liste précédente).

Ce sont ces cinq paliers que nous avons retenu pour une gradation des quatre compétences que nous avons retenues pour la classe de Quatrième.

Tableau de synthèse :

Compétence : Résoudre un problème de planification de calculs arithmétiques ou géométriques en Quatrième.			
Paliers	Description des paliers	Planification de calculs 4 ^{ème}	Exemple
1	Résoudre un problème n'impliquant que des savoirs anciens courants en situation familière.	Résoudre un problème de planification de calculs (arithmétique, géométrie) limité au calcul d'un résultat sur la base d'une démarche « naturelle ».	<ul style="list-style-type: none"> ▪ J'achète 3 paquets de copies simples à 1,80 € le paquet et j'achète aussi 2 paquets de copies doubles à 2,40 € le paquet. Quelle somme va me rendre le marchand si je paie avec un billet de 20 € ?
2	Résoudre un problème impliquant des savoirs anciens et nouveaux en situation familière.	Résoudre un problème de planification de calculs (arithmétique, géométrie) sur la base d'une démarche « naturelle » impliquant des savoirs de l'année en cours : géométriques (Pythagore, cosinus...) ou numériques (écriture scientifique, fractions...)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ ABC est un triangle rectangle en C. $AB = 2,1$ cm $BC = 3,5$ cm. Quel est le périmètre du triangle.

<p>3</p>	<p>Résoudre un problème n'impliquant que des savoirs anciens mais en situation nécessitant une adaptation de la démarche ou une maîtrise approfondie des savoirs.</p>	<p>Résoudre un problème de planification de calculs (arithmétique, géométrie) impliquant des savoirs courants anciens sur la base d'une démarche posant un problème de choix d'étapes ou d'enchaînement d'étapes (un résultat partiel intervenant dans un autre résultat partiel).</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ J'achète 1,6 kg de pêches à 1,80 € le kg, 9 œufs à 1,80 € la douzaine et 400 g de gruyère. Je paye 7,83 €. Quel est le prix au kg du gruyère ? ▪ Un champ rectangulaire a sa largeur égale aux $\frac{2}{3}$ de sa longueur. Son périmètre est de 200 m. Quelle est son aire ?
<p>4</p>	<p>Résoudre un problème impliquant des savoirs anciens et nouveaux en situation nécessitant une adaptation de la démarche ou une maîtrise approfondie des savoirs.</p>	<p>Résoudre un problème de planification de calculs (arithmétique, géométrie) impliquant des savoirs anciens et nouveaux sur la base d'une démarche posant un problème de choix d'étapes ou d'enchaînement d'étapes (un résultat partiel intervenant dans un autre résultat partiel).</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ RST est un triangle rectangle rectangle en R. $ST = 39$ $\hat{T} = 38^\circ$ Calculer le périmètre du triangle RST ?
<p>5</p>	<p>Résoudre un problème nécessitant une exploration de possibles et impliquant une rupture avec ce que la situation donnée pousserait naturellement à faire.</p>	<p>Résoudre un problème de planification de calcul pour lequel la démarche « spontanée » n'est pas opérante.</p>	<p>$BC = 6$ $MN = 4,5$ $AN = 6$ et $AM = 7,5$</p> <p>Calculer l'aire du triangle ABC</p> 

Ce référent permet dès le début de l'année, de former les élèves à résoudre des problèmes complexes même s'ils ne sont pas difficiles plutôt que de les exercer, hors contextes, à maîtriser un ensemble de « techniques » qu'ils ont après coup des difficultés à mobiliser en situations. Pour l'évaluation, ce référent permet, grâce aux paliers de compétences, de mieux situer chaque élève sur un seuil de maîtrise et par la de sortir du dilemme « acquis – non acquis ».

TRANSDISCIPLINARITE

Pour rechercher des effets de formation sur des dimensions transversales dans chaque discipline... ou une autre idée pour aborder le socle commun

Groupe maths Collège du CEPEC

Nous présentons une synthèse des orientations des nouveaux programmes de mathématiques en collège **à partir des textes officiels** autour de neuf entrées. Cette présentation donne à voir les enjeux de ces nouveaux programmes au-delà des seuls changements de contenus (glissement, suppression ou nouveauté).

- *Organisation des objectifs du programme.*
- *Donner du sens aux connaissances pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout.*
- *Progression et synthèse.*
- *Initiation progressive à la démonstration.*
- *Mathématiques et langages.*
- *Différents types d'écrits.*
- *Le travail personnel des élèves.*
- *L'évaluation.*
- Programme et activités de formation.

A. Organisation des objectifs du programme

1 - Organisation et gestion de données, fonctions

- Maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- Approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;
- S'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;
- Acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive.

2 - Nombres et calcul

- Acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants ;
- Se représenter la droite graduée complète, avec son zéro séparant les valeurs positives et négatives et apprendre à y localiser les nombres rencontrés ;
- Poursuivre l'apprentissage du calcul sous toutes ses formes : mental, posé, instrumenté ;
- Assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation).

3 - Géométrie

- Passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;
- Isoler dans une configuration les éléments à prendre compte pour répondre à une question ;
- Être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis par ces représentations ;
- Découvrir quelques transformations géométriques simples : symétries, translations, rotations ;
- Se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

4 - Grandeurs et mesure

- Se familiariser avec l'usage des grandeurs les plus courantes (longueurs, angles, aires, volumes, durées) ;
- Connaître et utiliser les périmètres, aires et volumes des figures planes et des solides étudiés ;
- Calculer avec les unités relatives aux grandeurs étudiées, ainsi qu'avec les unités de quelques grandeurs quotients et grandeurs produits.

B. Donner du sens aux connaissances pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout

- Permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;
- Rendre possible la mise en jeu des notions dont l'apprentissage est visé ;
- Fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Si la résolution de problèmes permet de déboucher sur l'établissement de connaissances nouvelles, elle est également le moyen privilégié d'en élargir le sens et d'en assurer la maîtrise.

Prendre en compte les connaissances antérieures des élèves : mise en valeur des points forts et repérage des difficultés de chaque élève, faire fonctionner les notions et outils mathématiques étudiés au cours des années précédentes dans de nouvelles situations, autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision.

C. Progression et synthèse

En sixième, les élèves doivent avoir conscience que **leurs connaissances évoluent par rapport à celles acquises à l'école primaire**. Pour être efficaces, les connaissances doivent être identifiées, nommées et progressivement détachées de leur contexte d'apprentissage : **importance essentielle des activités de synthèse**.

Toute activité, qui peut s'étendre sur plusieurs séances, doit être complétée par une synthèse, brève, qui :

- Porte sur les quelques notions, définitions, résultats, théorèmes et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaître et peuvent désormais utiliser ;
- Est l'occasion de dégager les méthodes de résolution de problèmes qu'ils mettent en oeuvre.

Il convient de préciser à chaque étape de l'apprentissage quelles connaissances sont désormais en place et directement utilisables.

Il est nécessaire de mettre en oeuvre des situations d'étude dont le but est de coordonner des acquisitions diverses. Dans cette optique, l'enseignant réalise, avec les élèves, des synthèses plus globales, à l'issue d'une période d'étude et propose des problèmes dont la résolution nécessite l'utilisation de plusieurs connaissances.

D. Initiation progressive à la démonstration

La pratique de l'argumentation pour convaincre autrui de la validité d'une réponse, d'une solution ou d'une proposition ou pour comprendre un « phénomène » mathématique a commencé dès l'école primaire et se poursuit au collège pour faire accéder l'élève à cette forme particulière de preuve qu'est la démonstration. Si, pour cet objectif, le domaine géométrique occupe une place particulière, la préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas s'y cantonner. **Le travail sur les nombres, sur le calcul numérique, puis sur le calcul littéral offre également des occasions de démontrer.**

Deux étapes doivent être distinguées :

- Recherche et production d'une preuve ;
- Mise en forme de cette preuve.

Le rôle essentiel de la production d'une preuve ne doit pas être occulté par des exigences trop importantes sur la mise en forme. La responsabilité de produire les éléments d'une démonstration doit être progressivement confiée aux élèves : à partir des éléments fournis, la mise en forme peut être réalisée collectivement, avec l'aide de l'enseignant.

Permettre aux élèves de **distinguer une propriété conjecturée et vérifiée sur des exemples d'une propriété démontrée.** L'enseignant doit préciser explicitement qu'un résultat mathématique qui n'est pas démontré est admis.

E. Mathématiques et langages

Place importante de l'**oral**.

- ✓ Les compétences nécessaires pour la validation et la preuve (articuler et formuler les différentes étapes d'un raisonnement, communiquer, argumenter à propos de la validité d'une solution) sont à travailler oralement par des échanges ;
- ✓ Les formulations orales sont une aide à la compréhension : aide avant un travail sur les écritures symboliques.

Objectifs de l'écrit :

- ✓ Mieux lire un **texte mathématique** ;
- ✓ Mieux comprendre un **texte mathématique** ;
- ✓ Produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive : se faire comprendre des autres élèves.

Faire admettre la nécessité d'un **langage précis**, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves : passer du « faire » au « faire faire ».

Le **vocabulaire et les notations** ne doivent pas être fixés d'emblée, mais introduits au cours du traitement d'une question, en fonction de leur utilité : nombre limité de **notations courantes** qui n'ont pas à faire l'objet d'exercices systématiques : langage doit rester au service de la pensée et de son expression

F. Différents types d'écrits

Placer souvent les élèves en situation de « produire un écrit ». Trois types d'écrits aux fonctions différentes.

- ▶ **Les écrits de type « recherche »** (brouillon) : correspondent au travail « privé » de l'élève, non destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.
- ▶ **Les écrits destinés à être communiqués et discutés** : peuvent prendre des formes diverses (affiche, transparent,...) et doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation. Le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.
- ▶ **Les écrits de référence**, élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, d'être destinés à être conservés ou encore d'être communiqués « socialement » : ils doivent amener l'élève à un pré-contrôle par l'élève en terme de qualité de présentation et de validité des contenus mathématiques.

G. Le travail personnel des élèves

En étude ou à la maison :

- Affermir les connaissances de base et les réinvestir dans des exemples simples ;
- Elargir le champ de leurs connaissances et susciter ainsi de l'intérêt pour l'activité mathématique ;
- Habituer l'élève à l'indispensable régularité d'un travail autonome, complémentaire de celui réalisé en classe.

Il peut prendre diverses formes :

- Résolution d'exercices d'entraînement, combinée avec l'étude de la leçon pour asseoir les connaissances ;
- Travaux individuels de rédaction pour développer les capacités d'expression écrite et la maîtrise de la langue ;
- Résolution de problèmes variés (exercices de synthèse, énigmes, jeux mathématiques.) Pour mettre en œuvre des démarches heuristiques en temps non limité ;
- Construction d'objets géométriques divers (frises, pavages, solides,...) En utilisant ou non l'informatique ;
- Lectures ou recherches documentaires (histoire de la discipline ou des sciences) pour enrichir les connaissances ;
- Constitution de dossiers sur un thème donné.

Correction individuelle du travail d'un élève : permettre à son auteur d'y voir un retour, de l'améliorer, donc de progresser.

Travail personnel proposé en classe :

- Différencier en fonction du profil et besoins des élèves ;
- Peut prendre élèves diverses formes (cf. Maison).

H. L'évaluation

Ne **se réduit pas au contrôle noté**, n'est pas un « à-côté » des apprentissages mais doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève.

- D'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés ;
- Travailler sur les erreurs est un moyen efficace pour aider à des prises de conscience ;
- Doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.

Maîtrise d'une compétence par les élèves :

- Vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques ;
- Mobilisation autonome, en même temps que d'autres compétences, dans des situations où leur usage n'est pas sollicité dans la question posée.

Evaluation sommative en mathématiques : Elle est réalisée sous trois formes complémentaires :

- Des interrogations écrites courtes dont le but est de vérifier qu'une notion / méthode est assimilée ;
- Des devoirs de contrôle courts et peu nombreux qui permettent de vérifier, de façon plus synthétique, la capacité des élèves à utiliser leurs acquis, à la suite d'une phase d'apprentissage ;
- Certains devoirs de contrôle peuvent être remplacés par un bilan trimestriel qui est l'occasion de faire le point sur les acquis des élèves relatifs à une longue période d'étude.

I. Programme et activités de formation

La définition dans les programmes des compétences élaborées dans chacune des classes du collège vise :

- à clarifier les attentes et à préciser les priorités ;
- fournir des repères dans le but d'aider les enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

La liste des compétences du programme, fixe les objectifs à atteindre, mais pas les moyens pédagogiques à utiliser.

- ✓ L'ordre d'exposé des compétences ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage ;
- ✓ Ces compétences ne s'acquièrent, souvent, ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois ;
- ✓ Pour prendre sens pour les élèves, les notions et les compétences, doivent être mises en évidence et travaillées dans **des situations riches**, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes.

Tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées. Toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie. La répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une compétence. Il convient d'envisager, dans le cadre d'un travail ultérieur, en travaillant sur d'autres aspects de la notion en jeu ou sur d'autres concepts, qu'une compétence non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

GESTION DE L'HETEROGENEITE

Organiser des ateliers de besoins en classe

Alfred BARTOLUCCI

A. Ce que différencier veut dire ...

- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est accepter dans son action ordinaire en classe, de mettre en place des organisations et des modalités qui permettent aux élèves d'y trouver ou d'éprouver des sollicitations adaptées à leur potentiel d'implication, et dans la durée favorables à leur engagement pour apprendre.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, ce n'est pas traquer à chaque instant tous les besoins d'élèves, les répertorier pour rechercher autant d'activités qu'il y a de « pannes » à réparer pour enfin les proposer dans un environnement de parcours individualisé. Au-delà des difficultés en terme de faisabilité, une telle orientation chosifierait l'élève et poserait la question de la place qui lui est faite en tant que personne.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est croire viscéralement que chaque élève a un potentiel de compétence et que l'important est de parvenir à l'amener à en prendre conscience, à se projeter dans le temps de l'école comme personne avec ses aspirations, ses rêves, ses désirs, ses questions de savoir, les défis qu'il peut se poser. Dans ce cas différencier, c'est mettre en place des temps, des situations, des modalités où l'élève est amené à vivre des « problèmes » complexes qui l'interpellent, qui le portent à confronter ses conceptions à d'autres, qui ne lui demandent pas de décider d'apprendre mais qui le portent à apprendre.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est accepter que dans la classe en grand groupe ou en sous-groupes, les interactions entre élèves, les confrontations et les explicitations progressives que chacun est conduit à donner (sur les démarches et ce qui est compris) sont plus essentielles à l'apprentissage et à la formation des élèves que tout discours organisé pour faire comprendre par l'enseignant spécialiste.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est proposer, pour un apprentissage « standard », différents itinéraires au choix des élèves, non pas seulement en fonction de leur « supposé » niveau mais en fonction de leurs goûts, de leurs questions prioritaires (besoins stratégiques dans leur parcours) ou de ce qu'ils peuvent réussir dans une logique d'enjeu ou de défi.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est refuser de faire le jeu de la distillation fractionnée avec une suite de questions progressives qui conduisent certains élèves à n'avoir jamais la satisfaction d'avoir réussi à résoudre la totalité d'une épreuve ou d'un problème. Différencier c'est apprendre à tous les élèves à résoudre de vrais problèmes mais en variant les conditions de réalisation, la complexité de la démarche engagée, l'étendu des connaissances en jeu.
- ▶ Différencier pour l'enseignant, c'est développer chez chaque élève un sentiment de compétence mais aussi s'organiser pour attester chez chacun des seuils de maîtrise pour des familles de problèmes clairement identifiées.

B. Plan de travail / Travail autonome en mathématiques

Comment organiser des ateliers de besoins dans une classe de 30 élèves ? On pense habituellement que la tâche est ardue du fait de l'effectif et l'on est naturellement porté à organiser des sous-groupes restreint, chacun pris en charge par un enseignant.

La proposition que nous faisons ici n'a pas pour objectif premier l'économie des moyens horaires de l'établissement même si de fait elle permet de remettre en cause certaines attributions pour une gestion globale plus pertinente des moyens dans l'établissement.

Il n'est pas rare que pour un collège ayant trois classes sur un niveau de voir dégager de la dotation de 3 à 8 heures de soutien pour le niveau. Ces heures pourraient en partie être utilisées à d'autres attributions sans que la qualité de l'aide apportée aux élèves en pâtisse, bien au contraire.

L'idée d'ateliers en classe sur le principe est très simple. Sur une période de quelques séances, à un moment particulier d'une séquence on peut repérer des catégories de besoins spécifiques à des groupes d'élèves. Dans ce cas, la mise au point d'un plan de travail par groupe de besoins permet de gérer la classe. Le plan de travail personnalisé permet à chacun d'organiser son travail sur des objectifs personnalisés, de programmer un groupe d'activités sur une ou plusieurs plages à faire seul ou en interaction avec ses pairs. L'enseignant peut aider l'enfant à stabiliser son plan de travail et peut l'assister dans ses choix en lien avec l'analyse d'activités réalisées antérieurement.

Nous donnons ci-après un plan pour décrire un tel dispositif avec une illustration :

1. **Place dans la séquence** : après deux semaines d'activités et deux semaines avant l'évaluation sommative.
2. **Nombre de séances** : deux séances consécutives.
3. **Fonction** : réguler des savoir-faire posant difficulté avant de poursuivre les apprentissages et se préparer à une épreuve.
4. **Objectif principal / objectifs spécifiques** : Chaque atelier a un objectif principal parmi :
 - ✓ Utiliser « l'outil » cosinus d'un angle dans un triangle rectangle pour calculer la mesure d'un côté ou pour déterminer la mesure d'un angle.
 - ✓ Conduire une suite de calculs de fractions mêlant addition, soustraction et multiplication.
 - ✓ Rédiger un problème de calcul en géométrie (Pythagore, cosinus...).
 - ✓ Rechercher des problèmes non évidents concernant les fractions et le calcul d'une longueur à partir de diverses propriétés géométriques.

Les objectifs spécifiques sont précisés sur le plan de travail de chaque groupe.

5. **Activités (hiérarchisation et ordre indicatif)** : Chaque élève a à sa disposition une fiche d'activités regroupées par objectif spécifique avec une indication du degré de difficulté (piste blanche ou piste noire).

6. **Condition du travail (plan choisi ou imposé, collectif ou personnalisé) :** Dans chaque groupe de besoin les élèves sont constitués en sous-groupes de 3. Ils disposent pour chaque objectif spécifique à choisir des activités qu'ils cherchent individuellement puis comparent en sous-groupe.
7. **Appuis (documents supports, aide entre pairs) :** Pour les trois premiers groupes, sur le plan de travail sont indiquées les références d'activités faites en classe et auxquelles les élèves peuvent se référer. Les élèves peuvent venir consulter un corrigé de la démarche sur le bureau du professeur. Pour le quatrième groupe qui est confronté à des problèmes complexes une fiche d'indices est à leur disposition sur le bureau du professeur.
8. **Echéances (dans le cas de plusieurs séances) :** Le plan de travail comporte des indications en terme de temps à passer sur chaque objectif spécifique (après 20 min de travail il faudrait passer au deuxième objectif spécifique). Cette information est indicative : des élèves peuvent y passer beaucoup plus de temps avec l'accord du professeur.
9. **Organisation matérielle (espace) :** Une réorganisation de la salle est nécessaire. Elle peut se faire en trois minutes chrono quand les élèves ont l'habitude. Les élèves d'un même objectif principal sont dans la même région de classe regroupés par trois ou par deux. Il est nécessaire de veiller à ce que le déménagement se fasse avec tout le matériel nécessaire. Sur le bureau du professeur les feuilles d'indications pour les divers groupes sont posées à plat et sont de couleurs différentes (blanc, rose, bleu, jaune par exemple).
10. **Bilan de séance et d'action (volume de travail réalisé, position / critères de réalisation et de réussite, atteinte des objectifs, perspectives) :**
A la fin du temps en atelier l'élève est conduit à faire un état des activités effectivement réalisées, à apprécier en quoi et quoi il sait mieux faire, à formuler ce qui lui pose encore problème et ce sur quoi il pourrait améliorer avec du travail personnel.

LIRE EN MATHÉMATIQUES

Une idée¹ de proposition didactique pour mettre en œuvre un enseignement de l'idée du vrai en mathématiques, à travers l'enseignement de la preuve.

Dominique MARIN

Quelques considérations comme fondements de la proposition.

Le dessein de sortir d'une centration forte sur les contenus coutumiers, pour échapper aux normes et aux rituels de fonctionnement disciplinaire porte l'exigence d'inscrire du sens, au sein même de l'enseignement des savoirs (l'idée n'est pas neuve !) selon les deux dimensions épistémologique et anthropologique. La première comme garant de la rationalité ; la seconde pour prendre en compte le destin humain (résonance des savoirs sur la personne).

Il s'agit alors non pas d'évacuer le sujet dans l'acte d'enseignement, mais bien de le redéfinir. L'accès aux savoirs requiert de la part de celui qui apprend de pouvoir se situer par rapport à eux ; dans le « rapport au savoir » (B.Charlot) s'instaure une vision du moi au service de l'élaboration d'une image sociale qui, pour être préservée, implique que l'on conçoive l'enfant comme un interlocuteur valable. Car, pour donner du sens à la notion de « transmission », il ne suffit pas de « répéter aux enseignants « priorité absolue aux savoirs », il convient de préciser ce que les savoirs ont eux-mêmes à transmettre. La classe de deuxième type est celle où l'on transmet à l'enfant, l'idée que, dans la sous-jacence des savoirs, il y a au contraire, d'un bout à l'autre, une mine de leçons sur ce que sont et pourraient être les rapports humains et que les enfants ont non seulement à être des spectateurs de la culture, mais des partenaires capables d'y participer pleinement ».²

Il nous semble urgent que l'enseignement des mathématiques accomplisse le saut vers des contrées énigmatiques où les évidences sont à reconsidérer, où la rationalisation est à interroger. C'est parce que la notion de Connaissance porte en elle les germes du multidimensionnel que le doute devient un véritable moteur pour impulser du vivant au royaume des vérités enseignées. Doute comme constitutif de controverses qui confrontent l'esprit jusqu'aux frontières de l'inconnaissable. L'enseignement de l'entraînement systématique à la preuve n'est pas suffisant : il s'agit de penser l'enseignement de l'idée du vrai (qui est la finalité ultime de la preuve), autrement, afin d'asseoir des compétences précisément en matière de démarche de preuve.

¹ Ce qui sous-entend que comme telle, cette idée est forcément induite par l'habillage théorique de l'esprit de celle qui la conçoit. Ce qui implique alors qu'elle peut être fondée, certes, mais qu'elle n'a pas le statut de ... « vérité en soi » mais de « vérité relative à ».

² LEVINE J. DEVELAY M. *Pour une anthropologie des savoirs scolaires. De la désappartenance à la réappartenance.* ESF. 2003 p. 72

1 - Un premier constat :

Lire en mathématiques ne fait pas généralement partie d'un enseignement des mathématiques. Travailler sur la démarche d'analogie n'est pas non plus très courant. Introduire une dimension épistémologique³ dans l'enseignement des mathématiques en prenant pour objet une question centrale l'idée du vrai à travers l'enseignement des mathématiques est encore actuellement « révolutionnaire » dans les milieux de l'enseignement. Et pourtant selon BACHELARD, les savoirs sont des produits historiques et penser les savoirs du point de vue épistémologique engage à affronter les problèmes de sa constitution, de son organisation et de ses principes.

2 - Un deuxième constat en lien avec le premier

Les élèves de 4^{ème} et certains de 3^{ème} ont du mal (en général) à bâtir une démarche de preuve.

3 - Des obstacles didactiques

Dans l'enseignement, la preuve est traitée comme une rhétorique : on entraîne systématiquement à prouver. Peu de **situations** sont mises en place sur le **sens** des prémisses assumées ; sur le **statut** et le **sens** des conditions d'application.

L'idée que le vrai est au bout de la preuve est constamment entretenue, du coup, la vision du vrai en soi et du vrai absolu est très prégnante chez les élèves, ce qui rentre profondément en contradiction avec l'idée du vrai au sein même du savoir mathématique. Le retentissement du théorème de GODÉL (1933) est peu connu des enseignants (voire inconnu). Les travaux de Brouwer également, ce qui entraîne que la notion d'indécidable est toujours écartée de l'enseignement des mathématiques.

4 - Une nécessité

Faire évoluer les constats car il n'est pas suffisant de « savoir que »...la preuve est l'outil royal en mathématiques car les obstacles dans son utilisation demeurent. Nous nous rallions donc à Habermas qui « *ne cesse de décrire les occasions manquées de la modernité qu'il faut saisir désormais en retrouvant le paradigme perdu d'une raison à la fois cohérente et multiple, sans sacrifier ni l'intérêt pour l'intercompréhension, ni l'intérêt émancipatoire à l'intérêt instrumental qui triomphe de la technique. Si l'école a un sens aujourd'hui c'est d'éveiller à tous des formes de raison en retrouvant le caractère émancipateur du savoir* »⁴.

5 - Un support et des modalités

- L'ouvrage de Denis GUEDJ (Université Paris VIII) comprenant 600 pages (certes !).
- La tâche individuelle exigée de chaque élève est de constituer un petit dossier (traitement de texte sauf cas particuliers) qui rend compte de l'étude de l'ouvrage. Le délai accordé pour ce travail est de 4 mois comprenant 2 périodes de 15 jours de vacances (à partir de janvier).
- Chaque élève reçoit une fiche « guide de lecture »⁵.

³ L'épistémologie étant la science qui exerce un regard critique envers les principes, les méthodes et les résultats d'une science (au sens large).

⁴ HABERMAS J. cité par FABRE M. L'école peut-elle former l'esprit ? in *Revue française de pédagogie*. Avril Mai Juin 2003. p.9 et p.10

⁵ Une fiche est donnée à voir à la fin de cet article.

- L'évaluation est du ressort de l'enseignant : elle est critériée et par seuils de performance⁶.
- Une évaluation « sur table », individuelle, au moment où le dossier est rendu est aussi proposée aux élèves (effet de triangulation permettant de mesurer l'impact personnel du travail proposé)⁷.

6 - Objectifs de ce travail

- *Sur les plans didactique et épistémologique :*
 - ✓ Travail sur le sens et le statut de la condition d'application
 - ✓ Travail sur le sens de la notion de contexte
 - ✓ Développer la preuve et l'idée du vrai en cohérence avec celles du « savoir savant »
 - ✓ Travail de la démarche de pensée par analogie (les pensées inductive et déductive étant très travaillées dans un enseignement par situation problème et cette dernière, pensée par analogie, est peu travaillée hormis dans le cadre du travail sur la classification des types de problèmes identiques).
 - ✓ Aborder une autre dimension concernant des notions travaillées de la 6ème à la 3ème contribuant à renforcer leur sens
- *Sur le plan pédagogique :*
 - ✓ Instaurer des conditions permettant aux jeunes d'apprendre à gérer leur temps à long terme en les conciliant avec des contraintes de travail à court terme.
 - ✓ Respecter des contraintes de travail données en leur procurant un guide qui soit ni trop rigide ni trop vague.
- *Sur le plan éthique :*
 - ✓ Considérer pas seulement le statut de l'élève mais avant tout le statut de la personne en favorisant des moments de réflexion autres que ceux qui leur sont habituellement proposés pour donner de la valeur à leur pensée.

7 - Mise en garde

Il est clair que le dispositif proposé n'a pas l'ambition de fabriquer des miracles.

D'autres situations, d'autres scénarii, qui n'ont pas la même forme, mais qui travaillent les mêmes objets (étude de textes courts avec débats ; élaboration par les élèves des critères de rationalité de la preuve en mathématiques ; séries d'activités pour travailler la reconnaissance d'un contexte ; etc).

Il s'agit de penser et d'organiser des situations d'enseignement/apprentissage contribuant à favoriser l'enseignement de l'idée du vrai, qui ne peut relever que d'un travail à long terme.

⁶ Une fiche « clarification sur l'évaluation » est aussi présente dans cet article.

⁷ La fiche de cette évaluation est encore proposée dans cet article : elle contient les objets d'apprentissage visés.

Conclusion

Il nous semble nécessaire, qu'à la priorité de l'enseignement des savoirs « secs » doive s'ajouter une nouvelle figure, celle de l'émancipation de l'homme ; car les savoirs ne doivent pas détourner l'esprit de la visée que doit conférer leur enseignement, sinon les risques sont grands de formater au lieu de former⁸.

C'est en puisant aux sources de leur existence et en étudiant les particularités de leur origine que des « questions de savoirs » peuvent émerger pour fonder, par delà les savoirs, un meilleur rapport au monde car comme nous le rappelle LATOUR nous n'oublions pas que « *le savoir rationnel porte sur l'essence des phénomènes* »⁹.

⁸ L'exemple qu'avance D. LECOURT, au sujet de la science en particulier, dans son rapport de 1999 est éloquent et riche d'enseignement : « *parce que la science est conçue comme un instrument de puissance et une réserve de certitudes, son enseignement vise essentiellement à la maîtrise technique et récompense souvent non les esprits les plus créatifs mais les plus dociles* » p.13.

⁹ LATOUR B. *La science en action*. Gallimard. 1989. p.442

GUIDE DE LECTURE
« Le théorème du Perroquet » de Denis GUEDJ.
Edition Seuil 1998.

De la part de Dominique Marin à ses élèves.
Pour que cette lecture reste, prend des notes et pense les questions que je te pose.
Bons moments de lecture mathématique !

AVERTISSEMENT.

- ▶ *Ne cherche pas comprendre les contenus exacts des chapitres 17 et 18, cherche à saisir quelques idées.*
- ▶ *Ne lis pas le chapitre 20 : il n'est pas à ta portée.*

APRES UNE LECTURE GLOBALE

- ▶ Repère tout au long de ta lecture, les points abordés en lien avec les notions de 4^{ième} et de 3^{ième} (ou d'avant). Identifie les. Localise les avec les chapitres.
- ▶ Quel retentissement cela a-t-il sur la vision que tu avais de ces notions ?
- ▶ Quelles conséquences le chapitre 22 a-t-il sur ta vision des mathématiques ?
- ▶ Quels passages t'ont-ils « marqué(e) » plus particulièrement. Pourquoi ?

APRES UNE LECTURE PONCTUELLE.

- ▶ Dans le chapitre 4 on te mentionne quelques domaines appartenant aux mathématiques. Qu'en retiens-tu ?
- ▶ Quels liens ferais-tu entre l'Algèbre et l'Arithmétique ? (Chapitre 4 et chapitre 13)
- ▶ Dans le chapitre 5 on te montre une hiérarchie dans l'élaboration des mathématiques. A l'aide d'une phrase, caractérise la grande dominante des 4 sections présentées.
- ▶ En chapitre 7, que retiens-tu de Pythagore plus particulièrement ? As-tu découvert d'autres « stars » mathématiques ?
- ▶ Que doivent les mathématiques à Euclide ? Quelles conséquences cela a-t-il sur la vision des mathématiques que tu as ?
- ▶ Qu'as-tu retenu des 3 grands problèmes de l'Antiquité évoqués au chapitre 11 ?
- ▶ Que t'apportent les chapitres 9 et 13 et 15 sur les irrationnels ?
- ▶ Au chapitre 14 il y a une allusion à la notion de vrai en mathématiques : qu'en retires-tu ?

CLARIFICATION SUR :
L'ÉVALUATION DE VOTRE TRAVAIL RELATIF AU :
« Le théorème du Perroquet » de Denis GUEDJ

I - EVALUATION A PROPOS DE TON TRAVAIL PERSONNEL

1. Attribution des critères

L'évaluation ne résulte pas d'une opération fantaisiste ou de l'humeur du moment...

☛ Obtenir un ● exige la présence des 5 indicateurs dans tes réponses :

- ✓ La réponse soit déjà traitée.
- ✓ La réponse soit en lien avec la question posée (non hors sujet).
- ✓ La réponse soit la traduction d'une réflexion (non émission d'une proposition qui ne fait pas avancer la question ou qui soit une phrase générale sans sens).
- ✓ La réponse soit approfondie (au sens de justifiée, argumentée et non « fumeuse »).
- ✓ La réponse soit formulée de manière à être compréhensive.

2. Conversion entre nombre de ● et transcription numérique (évaluation par seuils de performances)

- | | |
|----------------------------|--------------------|
| ✓ de 11 à 14 ● : 20 sur 20 | 7 ● : 10 sur 20 |
| ✓ de 9 à 10 ● : 15 sur 20 | 6 ● : 8 sur 20 |
| ✓ 8 ● : 12 sur 20 | 1 à 5 ● : 5 sur 20 |

3. *Si, en dépit de cette transparence dans l'évaluation tu estimes, en regard de ce que tu as produit, être en désaccord avec moi, je t'accorde le droit de venir en discuter (avec moi) et selon le respect mutuel des personnes (comme il est pratiqué en cours de mathématiques).*

II - A PROPOS DE L'ÉVALUATION SUR TABLE/ FICHE DE LECTURE

- ✓ Avoir obtenu 4 symboles : 20 sur 20
- ✓ Avoir obtenu 3 symboles : 16 sur 20
- ✓ Avoir obtenu 2 symboles : 13 sur 20
- ✓ Avoir obtenu 1 symboles : 10 sur 20 (prise en compte de l'effort lecture des 600 pages)
- ✓ Pas de symbole : 8 sur 20 (prise en compte de l'effort lecture des 600 pages)
- ✓ Avoir obtenu x: 5 sur 20

☛ L'attribution de x seulement résulte de réponses :

- ✓ Traduisant l'incapacité de faire le lien avec l'ouvrage qui devait être lu page par page et/ou
- ✓ Renfermant des erreurs

☛ L'attribution des autres symboles est accordée dès lors que les réponses résultent d'une appréciation personnelle en cohérence ou non avec la mienne. **Ta pensée personnelle est valorisée, non pas par rapport à une « pensée norme »** (celle du professeur) mais en tant que telle dès lors qu'il n'y a **pas de contre sens** et qu'elle est **soutenue par une argumentation**.

Je remercie celles et ceux (très nombreux donc presque tous) qui, par un travail particulièrement approfondi m'ont fait passer un agréable moment. Je vous félicite. Faire des mathématiques engage l'être dans sa globalité et le travail que vous avez accompli, même s'il n'est pas « classique » est fort enrichissant et pour le jeune et pour le professeur.

FICHE DE VERIFICATION DE LECTURE
« Le théorème du Perroquet » de Denis Guedj
Evaluation individuelle écrite sur table.

Prénom :

Nom :

Ce qui est présent dans chaque question en italique ne figure pas, bien entendu dans la fiche élève. Ces mentions sont pour expliciter les « objets d'apprentissage » attendus.

1) Quels sont les personnages principaux ? Pourquoi ?

Analogie avec « le sens des conditions nécessaires statut et rôle »

2) Donner des éléments qui prouvent la proximité entre le déroulement de l'histoire et la démarche en mathématiques.

Démarche par analogie pour penser que l'ouvrage se construit telle une démarche de preuve:

- *Un problème est posé : mise en place des données – prémisses assumées (lettres de Grosrouvre)*
- *Convocation d'outils pour résoudre le problème (Bibliothèque de la Forêt ; Bibliothèque nationale ; Institut du monde arabe...)*
- *De déductions en déductions et en faisant des liens (phases spéculatives des acteurs)*
- *Aboutissement à la résolution des problèmes posés ou bien aboutissement à de l'indécidable (phases spéculatives des acteurs)*

3) Quel est le personnage sans qui le roman n'aurait pas pu se mettre en place ? Quel rôle peut-il jouer dans une démarche en mathématiques ?

- *Analogie avec le « le sens des conditions nécessaires statut et rôle et le problème posé (à résoudre) »*

4) A ton avis, pourquoi ce titre « le théorème du Perroquet » ?

Ouverture vers une pensée à la fois analogique et déductive

ACTIVITES POUR LA CLASSE

Organisation d'oraux en classe entière.

Alfred Bartolucci

Nous présentons ici une modalité qui a été expérimentée en mathématiques en Quatrième et en Troisième. Cette modalité nous paraît intéressante en terme de mobilisation des élèves pour se centrer sur l'essentiel mais aussi pour développer la compétence à une parole organisée et distanciée à l'oral.

1 - Description de la modalité

- ▮ Un travail de préparation est donné à la maison au moins avec une semaine d'avance. Divers sujets (6 à 8) portant une période, unité ou un chapitre. Il s'agit de questions de savoirs à expliciter ou de démarches importantes à mettre en œuvre. Ce travail peut avoir pour but d'opérer un retour sur l'essentiel d'une unité avant l'évaluation terminale écrite.
- ▮ En début de séance consacrée à cet oral : en classe les divers sujets sont répartis en billets comportant chacun 2 sujets. Deux élèves choisissent chacun un billet (4 sujets tirés en tout).
- ▮ Les 2 sujets d'un billet sont attribués à une partie de classe et les deux autres sujets sont attribués à l'autre partie. Dans cette configuration chaque élève se voit attribuer deux sujets.
- ▮ Chaque élève doit choisir un des deux sujets puis dispose de quelques minutes(10 par exemple) pour préparer une présentation orale.
- ▮ Après ce temps un élève est choisi dans chaque partie de classe. A tour de rôle les deux élèves vont traiter devant la classe la question ou l'activité qu'il a choisie.
- ▮ Pendant ces présentations les autres écoutent sans intervenir : leur rôle est de suivre l'exposé, de relever des aspects posant problème, de préparer des questions à poser en deuxième phase. Le professeur n'intervient qu'en cas de besoins pour solliciter auprès de la classe des suggestions pour aider l'élève à continuer sa présentation.
- ▮ En fin de présentation un temps de questions réponses est animé par l'enseignant pour préciser ou confronter divers points de vue.
- ▮ Sur quatre sujets tirés seuls deux sont traités en exposé. Pour les deux autres sujets un temps peut être pris pour que des élèves posent d'éventuelles questions.

2 - Evaluation

L'évaluation d'une telle passation peut se faire par l'enseignant mais aussi par les élèves ou par l'élève exposant lui-même. Pour cela il est nécessaire, lors des diverses prestations des

élèves au tableau de faire exprimer par la classe ce que l'on peut observer pour dire la qualité de la présentation. Cette phase de propositions et de discussions permet non seulement de formuler des critères mais surtout de faire prendre aux élèves de leur existence et de leur importance. Après quelques séances où des critères sont stabilisés, on les utilise à des fins de reconnaissance de réussites ou de besoins et de régulation des comportements.

Ainsi, on peut :

- Désigner avant chaque prestation un sous-groupe d'élèves évaluateurs pour un présentateur.
- Demander à chaque présentateur de se positionner par rapport à quelques critères.

Ci dessous nous présentons un outil que nous avons stabilisé avec une classe et qui est utilisé pour la co-évaluation ou pour l'auto évaluation.

- Dans un cas quelques élèves suivent l'exposé avec la responsabilité d'évaluer la présentation qui est faite sur la base d'indices pré-sélectionnés (on peut mettre la priorité sur quelques indices adaptés aux besoins d'un élève particulier.
- Dans l'autre cas, c'est l'élève qui a fait l'exposé qui doit prendre un temps pour se positionner puis en référer à l'enseignant ou à la classe pour des régulations.

Bien que nous ne l'avions pas envisagé dans un premier temps, nous avons affecté un nombre à chaque « indice d'évaluation ». Cela permet de hiérarchiser l'importance de chacun de ces indices et de mieux dire pour les élèves « ce que ça vaut ». Le tout ne donne pas une note mais un score. A l'usage cela nous a paru nécessaire dans une logique d'une meilleure concrétisation de l'évaluation dans la classe.

Présenter oralement sa réponse à une question préparée

Qualité de la présentation « physique ».	
1 Je m'aide de mes notes mais sans lire directement. 2	
2 Je parle assez fort et distinctement et cherche à être détendu. 1	
3 Ce que je dis est clair et bien organisé. 3	
4 J'utilise des mots précis (en particulier pour les mots mathématiques). 2	
5 J'écoute les questions posées et je montre de la disponibilité pour y répondre. 1	
6 Je sais prendre du recul par rapport à une erreur que j'ai pu faire ou par rapport à une question posée par mes camarades. 1	
Qualité de la dimension disciplinaire (exemple en maths)	
7 Je maîtrise les connaissances mathématiques nécessaires dans la question. 1	
8 Je tiens compte de ce qui est donné et ce qui est demandé dans la question. 1	
9 Je choisis la bonne démarche d'ensemble pour ce qui est demandé. 3	
10 J'utilise correctement les savoir-faire dans la démarche. 3	
11 Je justifie ce que je fais ou je peux justifier si on me demande. 2	
Observations :	

ANNEXES

Ci dessous nous présentons une fiche réelle de questions données à préparer à la maison pour une séance d'oral en classe de quatrième.

Questions orales à préparer

Exercice 1

Pour chacun des calculs suivants *dire pourquoi* on peut les calculer de tête :

$$1,2 + \frac{1}{2} = \quad 3,14 + \frac{1}{100} = \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{3} =$$

Exercice 2

Expliquer au rétroprojecteur comment on peut, avec _____ du papier ligné, tracer un segment de longueur $\frac{5}{3}$ du segment donné ci-contre.

Exercice 3

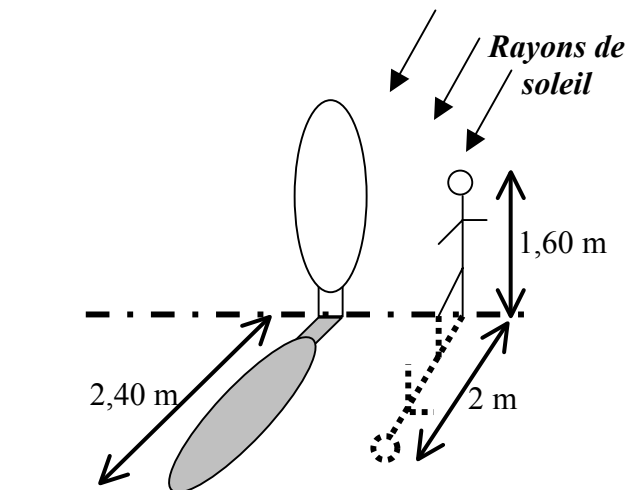
Pour chacun des calculs suivants *dire comment* on peut procéder pour les effectuer :

$$\text{Calcule : } \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \quad 1 + \frac{5}{2} = \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \quad 2 + \frac{1}{10} - \frac{5}{100} = \quad \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} =$$

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{5} =$$

Exercice 4

A partir des informations du dessin ci après *Dire comment calculer* la hauteur de l'arbre.

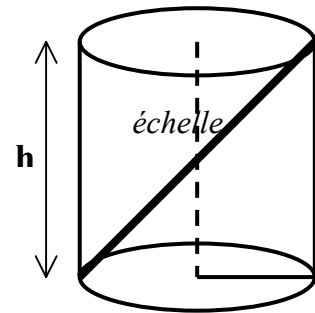


Exercice 5

Le cylindre est en verre. Son rayon est de 15 cm et son volume de 10 litres.

On veut placer comme indiqué sur le dessin une échelle pour une grenouille. Cette échelle arrive au ras du bord supérieur.

Présenter la démarche à suivre (toutes les étapes) pour calculer la longueur de l'échelle ?

**Exercice 6**

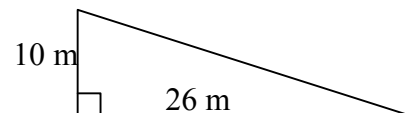
Des fraises coûtent 3,20 € les 400 g. **Dire comment procéder** pour calculer le prix de 1 kg de fraises?

Exercice 7

Il faut 3 min pour parcourir 500 m. **Dire comment procéder** pour calculer la vitesse horaire ?

Exercice 8

Dans le triangle rectangle ci-contre **Dire comment calculer** la longueur de l'hypoténuse.



ACTIVITES POUR LA CLASSE

Un instrument pour mesurer le cosinus d'un angle

Alfred BARTOLUCCI

Nous présentons une activité que nous avons conduite avec des élèves de quatrième « dispositif alternance » pour approcher la notion de cosinus d'un angle. Notre volonté est de prendre une entrée qui permet à chaque élève « d'entrer » dans les questions que permet de résoudre le cosinus. Une approche, même simplifiée, à partir de $\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ risque d'apparaître trop désincarnée pour la plus grande partie des élèves de la classe.

La première partie de l'activité est de construire un instrument qui permet pour tout angle aigu formé par deux baguettes de lire un nombre, le cosinus de cet angle. On admet qu'à chaque ouverture d'angle entre 0° et 90° correspond un seul nombre cosinus (et réciproquement). Une proposition de tables de lecture de la mesure correspondante pour l'angle est fournie. D'entrée, il y a distinction entre le nombre cosinus et le nombre mesure de l'angle en degré. L'outil permet d'explorer en fonction de l'ouverture de l'angle l'évolution du nombre cosinus. Ce sont des questions importantes qui sont à la portée des élèves grâce à l'outil alors qu'elles seraient inaccessibles pour plusieurs élèves même en fin d'étude. L'outil permet plus concrètement de mesurer l'angle sous lequel on voit le sommet d'un clocher ou le haut d'un poteau d'un point donné par visée. Dans un deuxième temps on explore des tables plus ou moins précises du cosinus pour prendre conscience que la valeur du nombre cosinus est rarement exacte sur une table. De ce fait on illustre que la valeur du nombre mesure de l'angle en degrés qui correspond à un nombre cosinus est souvent une valeur approchée (mais pour laquelle on peut donner une précision acceptable).

Dans un troisième temps on fait le lien entre le cosinus tel qu'il se lit avec l'instrument et la définition du cosinus dans un triangle rectangle (Hypoténuse autre que 1). Enfin on peut utiliser le cosinus défini dans le triangle rectangle ou l'instrument de visée cosinus pour déterminer une mesure.

A. Consignes de réalisation

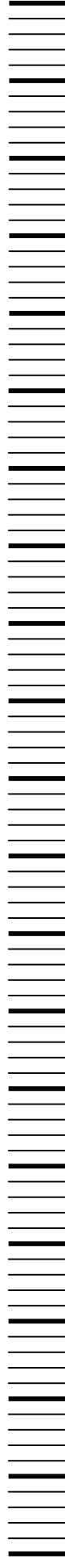
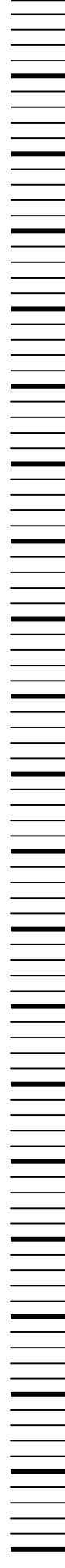
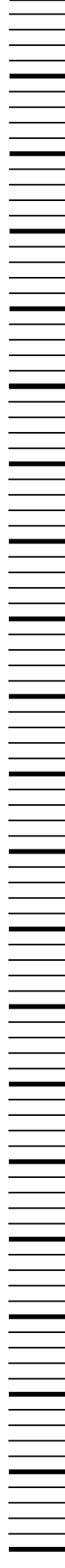
1. Matériel

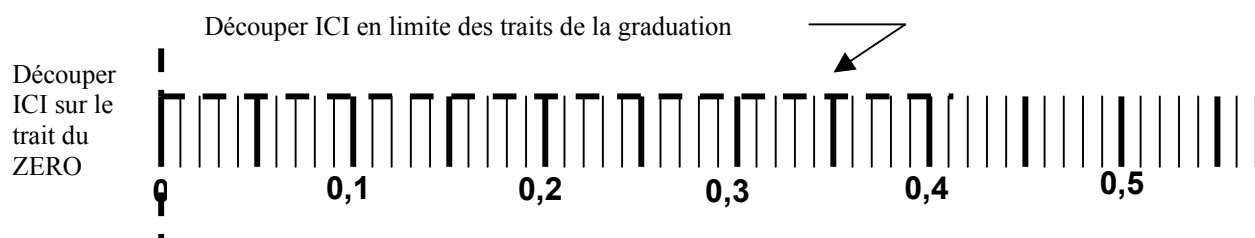
- 2 baguettes en bois de 28 cm (débitées sur des baguettes de 2,40 m)
- 1 papier graduation avec les nombres écrits (de 0 à 1 de 0,1 en 0,1)
- 1 papier graduation identique au premier (mais sans nombres)
- 1 morceau de ficelle (40 cm)
- 3 morceaux de ruban adhésif (en magasin de bricolage pour la résistance)
- De la colle (papier, bois) et une paire de ciseaux

2. Mode de réalisation

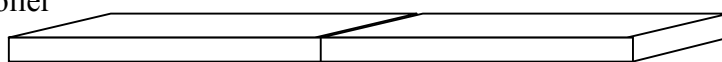
- a) Ecrire les nombres sur le papier graduation sans nombres sur le même modèle que celui donné. Découper les deux papiers graduation sur le trait du zéro et en limite du côté où il n'y a pas de nombre. Ce travail fait, mettez-les de côté sans les abîmer.

Graduations à photocopier

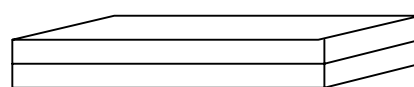




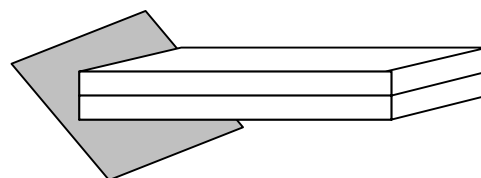
- b) Placer les deux baguettes dans le prolongement l'une de l'autre et coller un morceau d'adhésif au-dessus. Pressez et découper l'adhésif qui dépasse.



- c) Replier les deux baguettes en bois (dans le sens où c'est possible).



- d) Placer un morceau d'adhésif à l'extrémité déjà colée. Rabattre l'adhésif au-dessus et au-dessous et pressant bien. Découper ce qui dépasse sur les côtés.

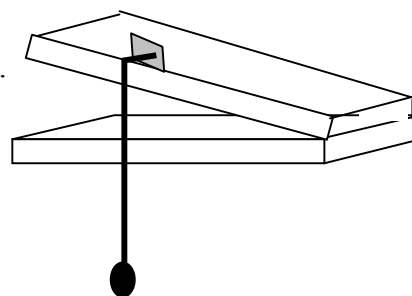


- e) Ouvrir le V constitué par les deux baguettes. Coller les deux graduations le zéro partant de la charnière.

Pour les 2 graduations le zéro doit partir de la ligne charnière.



- f) Avec un stylo marquer un trait sur le côté et dessus la baguette supérieure qui indique la position de la graduation 1. Avec de l'adhésif fixer un fil sur ce trait. Fixer un capuchon de stylo à l'autre extrémité du fil (pour faire fil à plomb).

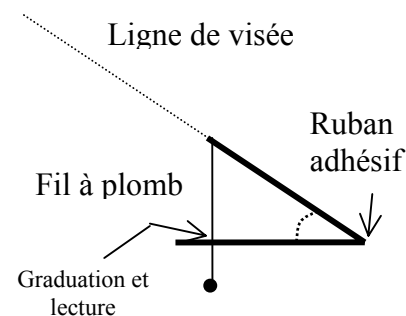


Vous venez de construire un instrument de mesure du cosinus d'un angle.

B. Utilisation de l'outil à mesure le cosinus d'un angle

On dispose de deux tiges plates en bois de même longueur. Nous avons ainsi un outil qui permet de connaître la mesure d'angles entre 0 et 90 degrés.

1. On place la tige sans fil bien horizontale
2. Avec l'autre tige on choisit un écartement qui correspond à un angle aigu.
3. On immobilise le tout : le fil à plomb forme un angle droit avec la baguette horizontale. Les deux baguettes et le fil à plomb déterminent un triangle rectangle.



4. On lit la graduation « indiquée » par le fil à plomb « tangent » à la baguette horizontale : c'est la mesure du côté adjacent dans le triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 1.
5. Ce nombre est appelé cosinus de l'angle formé par les deux baguettes.
6. On cherche ce nombre dans le tableau suivant. En correspondance on lit dans le tableau une estimation de la mesure de l'angle entre l'horizontale et la ligne de visée.

Cosinus	1	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,5	0,34	0,17	0
Ecartement Angle	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°

Ainsi cet outil permet de déterminer la mesure d'un angle sans rapporteur.

C. Exploration de l'outil

- A partir du tableau ci-dessus, dire quel angle correspond à un écartement des baguettes si le fil à plomb indique 0,5 ?
- Quel angle correspond à un écartement des baguettes si le fil à plomb indique 0,6 ? Le tableau donné des correspondances « cosinus », « mesure de l'angle a en degré » permet-il une bonne précision ?
- Quelle graduation indique le fil à plomb quand l'angle formé par les deux baguettes est droit ?
- Quelle graduation indique le fil à plomb quand l'angle formé par les deux baguettes est de zéro degré ?
- Quand on ouvre l'angle des deux baguettes que se passe-t-il pour la graduation indiquée par le fil à plomb ?
- Si l'angle fait par les deux baguettes est supérieur à 90 degrés peut-on lire la valeur du cosinus ?

D. Précision de l'outil

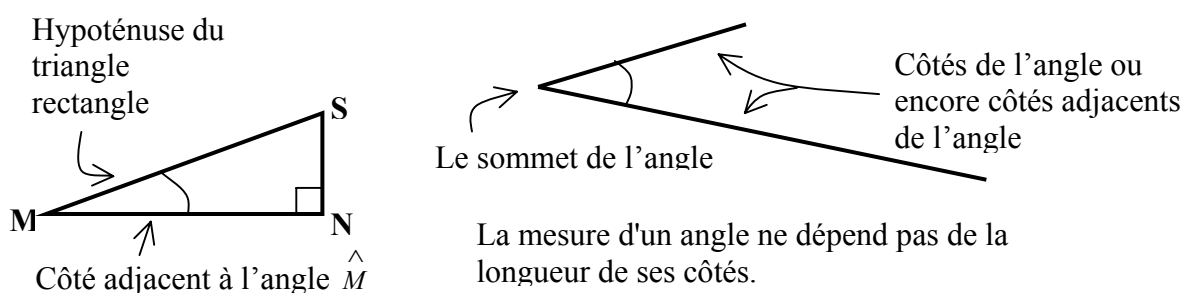
On a mis en forme un tableau qui, à des mesures d'angles, associe une valeur plus ou moins approximative du cosinus de chacun de ces angles. Ces valeurs, toutes approchées, sont calculées avec un tableur.

Angle	Cosinus à 0,1 près	Cosinus à 0,01 près	Cosinus à 0,001 près	Cosinus à 0,0000001 près
24°	0,9	0,91	0,914	0,91354546
25°	0,9	0,91	0,906	0,90630779
26°	0,9	0,90	0,899	0,89879405
27°	0,9	0,89	0,891	0,89100652
28°	0,9	0,88	0,883	0,88294759
29°	0,9	0,87	0,875	0,87461971
30°	0,9	0,87	0,866	0,8660254
31°	0,9	0,86	0,857	0,8571673
32°	0,8	0,85	0,848	0,8480481
33°	0,8	0,84	0,839	0,83867057
34°	0,8	0,83	0,829	0,82903757
35°	0,8	0,82	0,819	0,81915204
36°	0,8	0,81	0,809	0,80901699
37°	0,8	0,80	0,799	0,79863551
38°	0,8	0,79	0,788	0,78801075

- a) Avec quelle précision, sans tenir compte des erreurs de lecture, l'instrument que nous avons construit permet de lire le nombre cosinus.
- b) Expliquer d'après la table ci-dessus avec quelle précision on peut donner après lecture du cosinus sur l'instrument, la mesure de l'angle correspondant.

E. Lien entre l'expérience et la définition du cosinus d'un angle dans le triangle rectangle.

En quatrième, on définit *le cosinus d'un angle aigu* en se plaçant dans un *triangle rectangle*.



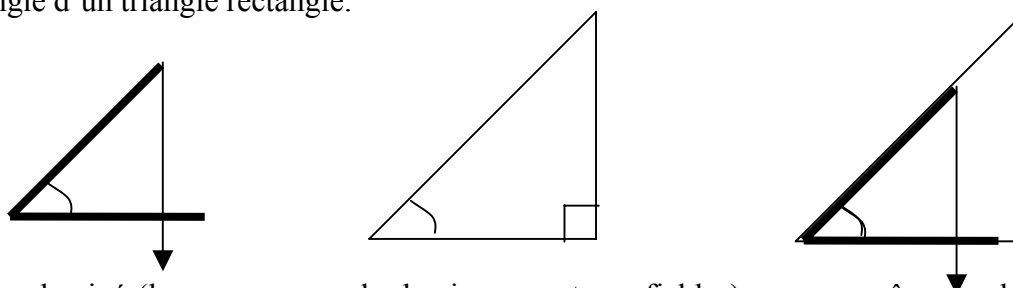
Dans un triangle rectangle on peut, si on connaît la mesure de l'hypoténuse et la mesure du côté adjacent d'un angle aigu du triangle rectangle, calculer un nombre que les mathématiciens appellent cosinus de l'angle.

$$\cosinus \hat{M} = \frac{\text{mesure du côté adjacent à } \hat{M}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$$

C'est à partir de ce nombre, alors qu'on ne connaissait que la mesure de 2 côtés, que l'on peut déterminer la mesure de l'angle. Nous allons étudier plus loin comment cela peut se faire.

L'outil mesure du cosinus d'un angle permet de lire le nombre cosinus d'un angle fait par deux baguettes.

La définition ci-dessus, permet de calculer le nombre cosinus de l'angle formé par les deux côtés de l'angle d'un triangle rectangle.



On a dessiné (les mesures sur le dessin ne sont pas fiables) pour un même angle une situation de lecture du nombre cosinus avec l'outil que nous avons fabriqué et une situation où l'angle est dans un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 1,8 et le petit côté de l'angle mesure 1,5.

On a ensuite dessiné en superposé les deux situations.

Comment expliquerais-tu que les deux façons de faire permettent d'obtenir (à la précision près des mesures et des calculs) le même nombre cosinus.

En guise de conclusion

Dans un triangle rectangle si on connaît la mesure des côtés d'un angle aigu alors on peut calcul le nombre cosinus de cet angle aigu. Ainsi, à l'aide d'une table assez précise donnant pour un cosinus donné la valeur de l'angle aigu en degrés, on peut déterminer la mesure de l'angle (cette mesure n'est pas exacte mais a une exactitude convenable !)

Illustre par un exemple traité avec détail cette conclusion pour qu'un petit camarade la comprenne.

LE JEU POUR APPRENDRE

LOTO Règles des priorités

Alfred BARTOLUCCI

Dans un précédent numéro de PRATIQUES math nous avons présenté le « JEU Equations ». Sur un autre principe nous présentons le « LOTO Règles des priorités ». Le jeu contribue à mettre les élèves en situation de « penser » intuitivement des démarches de calculs simples mais qu'ils cherchent moins à mettre en œuvre en situations d'exercices ordinaires.

Ici le but est de « gagner », calculer étant un moyen. L'élève se sent moins en situation d'application conforme d'une procédure qu'en situation d'utilisation d'une procédure où il a tout intérêt qu'elle soit conforme.

De fait la pratique de ces situations en classe dont la mise en œuvre complète demande souvent moins de dix minutes contribue à exercer la classe entière sur des règles qui de fait prennent un caractère de familiarité.

De plus, si on en croit l'engouement des élèves, l'aspect ludique de la situation crée un rapport positif aux règles en jeu.

Nous présentons ici, deux versions du jeu :

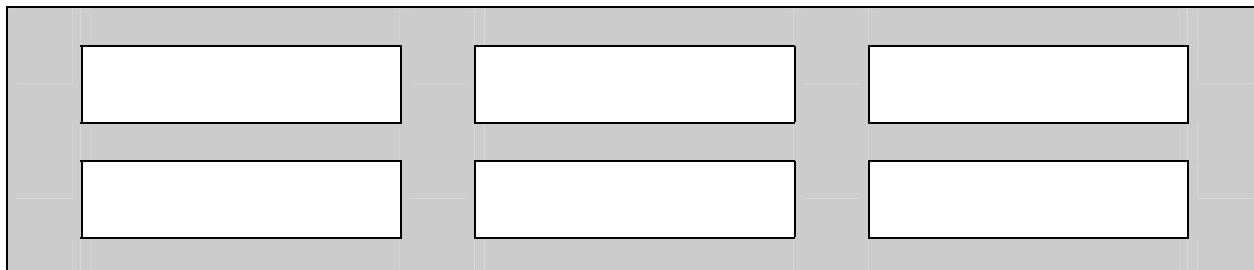
- ▶ L'une avec des suites de calculs à tirer et les réponses sont inscrites sur les cartons.
- ▶ L'autre avec des cartons comportant des suites de calculs à réaliser, la réponse étant à tirer.

A. Version 1 : suites de calculs à tirer, les réponses sont inscrites sur les cartons

- Mettant en scène diverses situations de la règle des priorités des opérations, choisir vingt calculs dont les résultats vont de 1 à 20. (On pourrait faire la même chose pour 30 calculs).

$7 - 3 \times 2 = 1$ $(8 - 2) : 2 = 3$ $30 - 5^2 = 5$ $2 \times (7 - 4) + 1 = 7$ $5 + 2 \times 2 = 9$ $19 - 4 \times 2 = 11$ $5^2 - 3 \times 4 = 13$ $9 \times 2 - 1 - 2 = 15$ $1 \times 1 + 4 \times 4 = 17$ $4 \times (7 - 2) - 1 = 19$	$4 \times 3 - 10 = 2$ $3^2 - 5 = 4$ $2 + 2^2 = 6$ $1 + 2 \times 3 + 1 = 8$ $2 \times 2 + 3 + 3 = 10$ $8 : 2 \times 3 = 12$ $20 - 2 - 4 = 14$ $4^2 - (6 - 2 \times 3) = 16$ $6 + 3 \times 4 = 18$ $4 \times (7 - 2) = 20$
---	--

- Reproduire ces suites de calculs sans la réponse sur un transparent taille 25 (voir Annexe 1), découper chaque suite de calculs et les placer dans un sac pour tirage.
- Réaliser des cartons vierges à deux lignes de 3 cases et distribuer un carton vierge par élève.



- Demander à chaque élève de choisir 6 nombres de 1 à 20 et de les inscrire dans les cases de son carton.
- Le jeu peut commencer :
 - L'enseignant tire un calcul et le dispose sur rétroprojecteur, un petit temps est laissé et chaque élève qui a sur son carton le résultat du calcul projeté le marque (petit bout de papier ou autre).
 - L'enseignant tire un autre calcul (en laissant les calculs déjà tirés en place) et le place sur le rétroprojecteur.
 - Ainsi de suite...
 - Si un élève fait une « quine », c'est à dire une ligne complète, le jeu est suspendu le temps du contrôle de sa ligne.
 - Pour le contrôle d'une ligne, l'élève lit les nombres qu'il a marqués et la classe doit vérifier à partir des calculs affichés au rétroprojecteur qu'il n'y a pas d'erreur.
 - Le contrôle fini le jeu continue pour d'autres quines ou bien on peut imposer d'aller jusqu'au carton plein.

B. Version 2 : cartons comportant des suites de calculs à réaliser, la réponse est tirée

- Mettant en scène diverses situations de la règle des priorités des opérations, choisir vingt calculs dont les résultats vont de 1 à 20. Mais au lieu de choisir une seule série de calculs on en choisit plusieurs en marquant pour chaque série un degré de complexité. L'idée est que la complexité qui s'adresse aux élèves qui ont une certaine aisance de calcul équilibre le temps dont on a besoin des élèves moins à l'aise.

Résultat	Piste blanche	Piste rouge
1	$7 - 3 \times 2 =$	$19 - 3^2 \times 2 =$
2	$(8 - 4) : 2 =$	$(3^2 - 5) : 4 + 1 =$
3	$12 - 3^2 =$	$1 + 3 \times 3^2 - 5^2 =$
4	$2 \times (7 - 5) =$	$8 \times 2 : 4 - (4 - 2^2) =$
5	$9 - 2 \times 2 =$	$3 \times 5 - 3 \times 4 + 2 =$
6	$15 - 4 \times 3 + 3 =$	$4 - 4 \times 2 + 10 =$
7	$4^2 - 3 \times 3 =$	$7^2 - 7 \times 5 - 7 =$
8	$5 \times 2 - 1 - 1 =$	$9 : 3 \times 2 + 2^2 : 2 =$
9	$27 - 7 \times 3 + 3 =$	$27 : 3^2 \times 3 =$
10	$4 \times (7 - 2) : 2 =$	$2^2 \times 25 : 5 - 1 - 3^2 =$
11	$6 \times 3 - 14 : 2 =$	$6^2 - 4 \times 4 - 3 \times 5 =$
12	$3 + 3^2 =$	$(8 - 5)^2 - 2 + 5 =$
13	$1 + 4^2 - 4 =$	$2 \times 2 \times 2 - 2^2 + 3^2 =$
14	$1 + 3 \times 4 + 1 =$	$5 \times (4 - 2) \times 3 - 4 \times 4 =$
15	$(2 + 3) \times 3 =$	$(6 \times 2 : 3 + 1) - 3 + 5 + 3 =$
16	$8 : 2 \times 4 =$	$72 : 3^2 + 2 + 3 \times 2 =$
17	$20 - 2 - 1 =$	$19 - 1 + 2 - 3 =$
18	$1 + 2 \times 5 + 7 =$	$4^2 - (6 - 2 \times 3) + 2 =$
19	$5 \times 3 - 3 \times 1 + 7 =$	$8 + 3 \times 6 : 2 + 4 - 2 =$
20	$4 \times (7 - 2) =$	$20 : 5 \times (7 - 2) =$

- Ecrire les nombres de 1 à 20 sur un transparent taille 25 puis découper chaque nombre et le placer dans un sac pour tirage.
- Réaliser des cartons à deux lignes de 3 cases certains piste blanche (qui comportent des calculs plus faciles) d'autres, piste rouge comportant des calculs plus complexes.
- Au moment de distribuer les cartons avec les calculs pré inscrits il faut veiller à ce que le niveau du carton soit adapté à ce que peut raisonnablement calculer l'élève (dans certaines classes il peut être opportun de construire des cartons en pensant à des élèves particuliers).

Exemple de carton piste blanche

$$7 - 3 \times 2 =$$

$$2 \times (7 - 5) =$$

$$4^2 - 3 \times 3 =$$

$$27 - 7 \times 3 + 3 =$$

$$3 + 3^2 =$$

$$20 - 2 - 1 =$$

Exemple de carton piste rouge

$$1 + 3 \times 3^2 - 5^2 =$$

$$7^2 - 7 \times 5 - 7 =$$

$$2^2 \times 25 : 5 - 1 - 3^2 =$$

$$2 \times 2 \times 2 - 2^2 + 3^2 =$$

$$19 - 1 + 2 - 3 =$$

$$20 : 5 \times (7 - 2) =$$

☞ Le jeu peut commencer :

- L'enseignant tire un nombre et le dispose sur rétroprojecteur, un petit temps est laissé et chaque élève vérifie si le nombre correspond à un résultat des calculs de son carton. Si c'est le cas il le marque (petit bout de papier ou autre).
- L'enseignant tire un autre nombre (en laissant les nombres déjà tirés en place) et le place sur le rétroprojecteur.
- Ainsi de suite...
- Si un élève fait une « quine », c'est à dire une ligne complète, le jeu est suspendu le temps du contrôle de sa ligne.
- Pour le contrôle d'une ligne, l'élève vient présenter au tableau les calculs de la ligne quine et justifier des résultats. Les autres élèves doivent contrôler que c'est bien exact.
- Le contrôle fini le jeu continue pour d'autres quines ou bien on peut imposer d'aller jusqu'au carton plein.

Sans conclure...

Que dire d'une telle proposition ? Sans doute est-elle périphérique par rapport aux apprentissages mathématiques. Reconnaissons qu'elle peut contribuer à une plus grande dynamique, même si c'est temporairement et localement dans la classe, et que peut être, au moins pour certains élèves l'écran formaliste est partiellement traversé.

Ce n'est pas là le moindre bénéfice pour les élèves. Pour ce qui est de la façon dont on marque le fait pour certains élèves d'avoir gagné, chacun trouvera une modalité qui lui convient bien ainsi qu'à la classe.

ANNEXE 1 : Suites de calculs – Document à photocopier et à découper pour rétroprojection

$$7 - 3 \times 2 =$$

$$4 \times 3 - 10 =$$

$$(8 - 2) : 2 =$$

$$3^2 - 5 =$$

$$30 - 5^2 =$$

$$2 + 2^2 =$$

$$2 \times (7 - 4) + 1 =$$

$$1 + 2 \times 3 + 1 =$$

$$5 + 2 \times 2 =$$

$$2 \times 2 + 3 + 3 =$$

$$19 - 4 \times 2 =$$

$$8 : 2 \times 3 =$$

$$5^2 - 3 \times 4 =$$

$$20 - 2 - 4 =$$

$$9 \times 2 - 1 - 2 =$$

$$4^2 - (6 - 2 \times 3) =$$

$$1 \times 1 + 4 \times 4 =$$

$$6 + 3 \times 4 =$$

$$4 \times (7 - 2) - 1 =$$

$$4 + 4 \times (7 - 3) =$$

FORMATIONS CEPEC 2006/2007**Mathématiques**

A l'heure où nous imprimons ce numéro, nous ne sommes pas en mesure de vous présenter l'ensemble de l'offre Mathématique mais uniquement celle concernant le Collège. Nous vous renvoyons donc au catalogue des formations du CEPEC qui sera adressé à vos établissements dans le courant du mois de mai 2006.

► **Mathématiques : Quelle progression d'année pour garantir des acquis solides ?**

Les programmes de collège insistent sur le fait que chaque chapitre n'est pas « un tout à faire d'un bloc » afin que les élèves soient conduits à faire des liens... Ce stage se propose de travailler des principes pour construire une progression d'année en math qui favorise le décloisonnement des chapitres (préconisé par les textes officiels)

Les objectifs du stage sont :

Explorer des possibilités pour sortir d'un cloisonnement trop « dur » des savoirs.

- Imaginer des activités d'approche (type situation problème) d'entraînement et d'application qui croisent plusieurs savoirs.
- Construire des séquences sur 2 ou 3 semaines, chacune abordant plusieurs micro-chapitres.
- Se familiariser avec un schéma global de progression d'année où chaque chapitre est « distribué » sur plusieurs périodes.

Lundi 20 novembre 2006 - Lundi 5 février 2007 - Lundi 23 avril 2007 ■

LYON-CRAPONNE ■

Dominique Marin ■

► **Motiver les élèves et les rendre actifs en mathématiques par le jeu**

Loin d'être un gadget, le jeu peut s'intégrer de façon naturelle et pertinente dans des situations d'apprentissage, de différenciation et même d'évaluation en classe en mathématiques. De ce fait il peut être un élément déterminant du climat de stimulation et de motivation des élèves dans la classe.

Les objectifs du stage sont :

Explorer l'utilisation de différentes formes de jeux pour des acquisitions des programmes de la sixième à la troisième.

- Expérimenter une grande variété de situations « jeu » en lien avec différents savoirs.
- Se familiariser avec des stratégies de mise en œuvre dans la classe.

6 et 7 mars 2007 ■

LA ROCHE SUR YON ■

Alfred Bartolucci ■

8 et 9 mars 2007 ■

CAEN ■

Alfred Bartolucci ■

► Différencier l'évaluation en mathématiques.

Si la gestion de l'hétérogénéité conduit à une nécessaire différenciation des apprentissages la question de l'évaluation reste un problème. Les objectifs du stage sont de travailler à la construction d'évaluations (situations et dispositifs) qui permettent de :

- Repérer non seulement « ce que ça vaut » mais aussi de dire « ce que sait faire l'élève », « jusqu'où il sait faire », « quels sont ses besoins et ses défis ».
- Diversifier les réussites dans une classe sur la base de paliers de compétences en lien avec une diversification des apprentissages et des parcours d'élèves en classe entière.

8 et 9 février 2007
PARIS
Alfred Bartolucci

22 et 23 février 2007
MARSEILLE
Gérard Cholet

26 et 27 Février 2007
RENNES
Alfred Bartolucci

► Mathématiques et pratiques de classe

Pour réfléchir aux pratiques de classe et les enrichir, notamment pour analyser un échec ou en perspective d'une préparation d'une inspection ce stage propose de :

- Repérer dans les programmes, pour une année donnée, les visées prioritaires.
- S'ouvrir à des séquences en mathématiques articulant divers savoirs à partir d'une progression d'année moins « cloisonnée ».
- Concevoir des séances de classe favorables à la mise en activité des élèves.
- S'ouvrir à des pratiques d'évaluation plus « encourageantes » pour l'élève.
- Repérer quelques pratiques utiles à la gestion de la classe, de l'hétérogénéité, du nécessaire travail personnel.

Lundi 13 novembre 2006 - Lundi 29 janvier 2007 - Lundi 5 mars 2007
LYON-CRAPONNE
Dominique Marin

Pratiques Math : Un bulletin pour enseignants de maths qui ne parle pas que de maths !

Abonnement sur année scolaire : *Un numéro par trimestre scolaire*

Un bulletin qui aborde des aspects relatifs à l'enseignement des mathématiques, depuis les obstacles à la compréhension ou à la maîtrise jusqu'aux problèmes de motivation et d'attitude, en passant par les difficultés de formation et de travail en équipe des enseignants eux-mêmes.

Sous forme de propositions concrètes, d'études ou de réflexions, Pratiques MATH a pour ambition d'aider les enseignants à sortir de la répétition en renouvelant leurs pratiques.

12 numéros spéciaux disponibles séparément	
1. Prendre en compte l'évaluation de Sixième	7. Mathématiques en quatrième AES
2. Evaluer avec des Q.C.M.	8. Lire des mathématiques
3. Que donner comme devoirs à la maison ?	9. Quelles statistiques pour le collège ?
4. Articles pédagogiques	10. Liaison terminale / post-bac
5. Prendre en compte l'évaluation en Seconde	11. La calculatrice en classes de collège
6. Des situations-problèmes pour la classe	12. Mathématiques, interdisciplinarité et IDD

Conditions d'abonnement pour trois numéros ordinaires : France et DOM-TOM¹ : 18 €
Etranger² : 20 €

Les numéros 13 à 45 sont disponibles à 16 € les trois numéros.

Adresse d'expédition (très lisible SVP)

NOM Prénom :

Adresse :

Code postal, Ville :

Tél : Fax : e-mail :

ancien abonné nouvel abonné

Vous enseignez en : Primaire Collège Lycée

Souscrit abonnement(s), soit €

Commande, de plus, les anciens n° ordinaires :

N° à 16 € les 3, soit €

Commande les N° spéciaux :

non abonnés : x 9 € = €

abonnés : x 7,5 € = €

Soit un montant total de €

Mode de paiement joint :

A retourner à **PRATIQUES MATHS - CEPEC - 14 voie Romaine - 69290 LYON**

1- Tout mode de paiement

2- Paiement par virement CCP 5030 38 D Lyon ou par Mandat

**Abonnement
2005 - 2006**

PRATIQUES MATHS

Sommaire

Numéro 45 – Mars 2006

Editorial

Hardis les gars !3

Pratiques d'évaluation

Evaluer par compétences et par palier de maîtrise4

Transdisciplinarité

Pour rechercher des effets de formation sur des dimensions transversales dans chaque discipline, ou une autre idée pour aborder le socle commun12

Lire en mathématiques

Une idée de proposition didactique pour mettre en œuvre un enseignement de l'idée du vrai en mathématiques à travers l'enseignement de la preuve.....20

Activités pour la classe

Organisation d'oraux en classe entière27

Un instrument pour mesurer le cosinus d'un angle31

Le jeu pour apprendre

LOTO Règles des priorités37

Formations CEPEC 2006/2007

Mathématiques42

